57	正弦定理・余弦定理①	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30 分	■時■分	■時■分	80 点

sin θ を正弦(せいげん)、cos θ を余弦(よげん)、tan θ を正接(せいせつ)といいます。

正弦定理…△ABC の∠A の対辺を a、△ABC の外接円の半径を R とすると、a=2RsinA になる。

$\sin 30^\circ=\sin 150^\circ=\frac{1}{2}$　　$\sin 45^\circ=\sin 135^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}}$　　$\sin 60^\circ=\sin 120^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

△ABC について、∠A の対辺 a の長さを求めましょう。(4 点×11 問=44 点)

例	∠A=30°、R=3 $a=2\times3\times\frac{1}{2}$ $a=3$	①	∠A=30°、R=5	②	∠A=150°、R=6	③	∠A=150°、R=2
④	∠A=45°、R=4	⑤	∠A=45°、R=8	⑥	∠A=135°、R=7	⑦	∠A=135°、R=1
⑧	∠A=60°、R=9	⑨	∠A=60°、R=6	⑩	∠A=120°、R=1	⑪	∠A=120°、R=5

正弦定理 a=2RsinA の両辺を sinA でわると、$\frac{a}{\sin A}$=2R になります。

△ABC の外接円の半径 R を求めましょう。(4 点×11 問=44 点)

例	∠A=30°、a=3 $2R=3\div\frac{1}{2}=6$ R=6÷2=3	①	∠A=30°、a=6	②	∠A=150°、a=2	③	∠A=150°、a=1
④	∠A=45°、a=5	⑤	∠A=45°、a=7	⑥	∠A=135°、a=4	⑦	∠A=135°、a=1
⑧	∠A=60°、a=8	⑨	∠A=60°、a=1	⑩	∠A=120°、a=9	⑪	∠A=120°、a=6

(　　)に合う語句を書きましょう。(3 点×4 問=12 点)

①	sin θ を(　　　　)、 cos θ を余弦、 tan θ を正接という。	②	sin45°=sin135° =(　　　　)	③	正弦定理 a=(　　　　　)	④	正弦定理の変形 2R=(　　　　　)

58 正弦定理・余弦定理②

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

正弦定理 a=2RsinA の両辺を 2R でわると、$\dfrac{a}{2\mathrm{R}}$=sinA になります。

△ABC について、∠A の大きさを求めましょう。(4 点×11 問=44 点)

例 $a=2\sqrt{3}$、R=2 $\sin A=\dfrac{2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ∠A=60°、120°	① $a=5\sqrt{3}$、R=5	② $a=\sqrt{3}$、R=1	③ $a=4\sqrt{3}$、R=4
④ a=7、R=7	⑤ a=3、R=3	⑥ a=6、R=6	⑦ a=1、R=1
⑧ $a=8\sqrt{2}$、R=8	⑨ $a=4\sqrt{2}$、R=4	⑩ $a=\sqrt{2}$、R=1	⑪ $a=9\sqrt{2}$、R=9

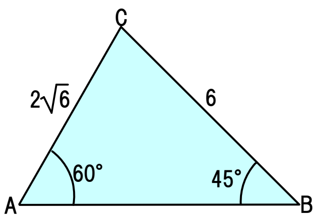
正弦定理はどの辺にも当てはまるので、$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ が成り立ちます。

△ABC について、∠B の対辺 b の長さを求めましょう。(8 点×5 問=40 点)

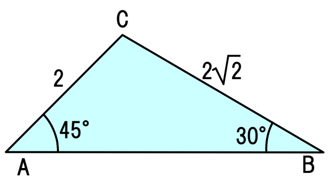
例 ∠A=30°、∠B=45°、a=5 のときの b の長さ $\dfrac{5}{\sin 30^\circ}=\dfrac{b}{\sin 45^\circ}\rightarrow 5\sin 45^\circ=b\sin 30^\circ$ $5\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}b$ $b=5\sqrt{2}$	① ∠A=30°、∠B=135°、a=3 のときの b の長さ
② ∠A=45°、∠B=30°、a=7 のときの b の長さ	③ ∠A=45°、∠B=120°、a=4 のときの b の長さ
④ ∠A=60°、∠B=30°、a=2 のときの b の長さ	⑤ ∠A=60°、∠B=45°、a=6 のときの b の長さ

△ABC について、∠C の対辺 c の長さを求めましょう。(8 点×2 問=16 点)

①



②



59 正弦定理・余弦定理③

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

余弦定理…$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$、$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$、$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

$\cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$　$\cos45°=\frac{1}{\sqrt{2}}$　$\cos60°=\frac{1}{2}$　$\cos120°=-\frac{1}{2}$　$\cos135°=-\frac{1}{\sqrt{2}}$　$\cos150°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

△ABC について、次の辺の長さを求めましょう。(10 点×5 問=50 点)

例	$\angle A=45°$、$b=5\sqrt{2}$、$c=8$ のときの a $a^2=(5\sqrt{2})^2+8^2-2\times5\sqrt{2}\times8\times\cos45°$ $a^2=50+64-80\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=114-80=34$ $a=\sqrt{34}$	①	$\angle A=120°$、$b=3$、$c=5$ のときの a
②	$\angle B=30°$、$a=2\sqrt{3}$、$c=6$ のときの b	③	$\angle B=135°$、$a=4$、$c=3\sqrt{2}$ のときの b
④	$\angle C=60°$、$a=3$、$b=5$ のときの c	⑤	$\angle C=150°$、$a=4\sqrt{3}$、$b=4$ のときの c

余弦定理を変形すると、次の関係式が成り立ちます。

$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$、$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$、$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

△ABC について、次の角の大きさを求めましょう。(10 点×5 問=50 点)

例	$a=\sqrt{34}$、$b=5\sqrt{2}$、$c=8$ のときの$\angle A$ $\cos A=\frac{50+64-34}{2\times5\sqrt{2}\times8}=\frac{80}{80\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ よって$\angle A=45°$	①	$a=\sqrt{5}$、$b=\sqrt{2}$、$c=1$ のときの$\angle A$
②	$a=5$、$b=7$、$c=8$ のときの$\angle B$	③	$a=10$、$b=14$、$c=6$ のときの$\angle B$
④	$a=4$、$b=5\sqrt{3}$、$c=\sqrt{31}$ のときの$\angle C$	⑤	$a=4\sqrt{3}$、$b=4$、$c=4\sqrt{7}$ のときの$\angle C$

60	正弦定理・余弦定理④	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30 分	■時■分	■時■分	80 点

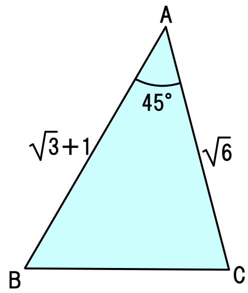
正弦定理と余弦定理を利用すると、2 辺とその間の角から、残りの辺や角を求めることが出来ます。

正弦定理…a=2RsinA

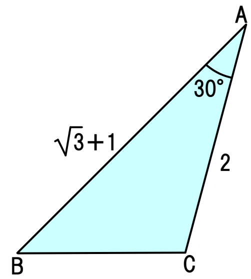
余弦定理…$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$、$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$、$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

△ABC について、残りの辺の長さや角の大きさを求めましょう。(20 点×3 問=60 点)

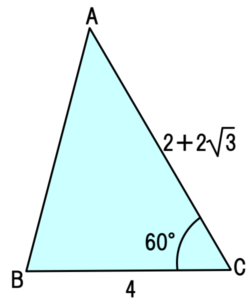
① ∠A=45°、$b=\sqrt{6}$、$c=\sqrt{3}+1$ のとき



② ∠A=30°、$b=2$、$c=\sqrt{3}+1$ のとき

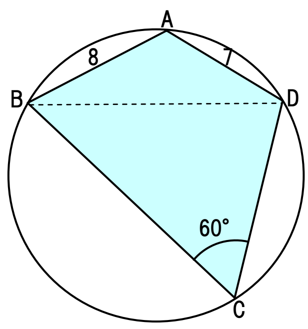


③ ∠C=60°、$a=4$、$b=2+2\sqrt{3}$ のとき

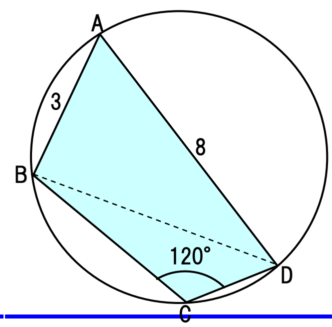


円に内接する四角形 ABCD について、BD と半径 R の長さを求めましょう。(20 点×2 問=40 点)

① ∠C=60°、AB=8、AD=7 のとき



② ∠C=120°、AB=3、AD=8 のとき



57 正弦定理・余弦定理①

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

sinθ を正弦(せいげん)、cosθ を余弦(よげん)、tanθ を正接(せいせつ)といいます。

正弦定理…△ABC の∠A の対辺を a、△ABC の外接円の半径を R とすると、a=2RsinA になる。

$\sin 30^\circ=\sin 150^\circ=\frac{1}{2}$　　$\sin 45^\circ=\sin 135^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}}$　　$\sin 60^\circ=\sin 120^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

△ABC について、∠A の対辺 a の長さを求めましょう。(4 点×11 問=44 点)

例	∠A=30°、R=3 $a=2\times3\times\frac{1}{2}$ $a=3$	①	∠A=30°、R=5 $a=2\times5\times\frac{1}{2}$ $a=5$	②	∠A=150°、R=6 $a=2\times6\times\frac{1}{2}$ $a=6$	③	∠A=150°、R=2 $a=2\times2\times\frac{1}{2}$ $a=2$
④	∠A=45°、R=4 $a=2\times4\times\frac{1}{\sqrt{2}}$ $a=4\sqrt{2}$	⑤	∠A=45°、R=8 $a=2\times8\times\frac{1}{\sqrt{2}}$ $a=8\sqrt{2}$	⑥	∠A=135°、R=7 $a=2\times7\times\frac{1}{\sqrt{2}}$ $a=7\sqrt{2}$	⑦	∠A=135°、R=1 $a=2\times1\times\frac{1}{\sqrt{2}}$ $a=\sqrt{2}$
⑧	∠A=60°、R=9 $a=2\times9\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $a=9\sqrt{3}$	⑨	∠A=60°、R=6 $a=2\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $a=6\sqrt{3}$	⑩	∠A=120°、R=1 $a=2\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $a=\sqrt{3}$	⑪	∠A=120°、R=5 $a=2\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $a=5\sqrt{3}$

正弦定理 a=2RsinA の両辺を sinA でわると、$\frac{a}{\sin A}$=2R になります。

△ABC の外接円の半径 R を求めましょう。(4 点×11 問=44 点)

例	∠A=30°、a=3 $2R=3\div\frac{1}{2}=6$ $R=6\div2=3$	①	∠A=30°、a=6 $2R=6\div\frac{1}{2}=12$ $R=12\div2=6$	②	∠A=150°、a=2 $2R=2\div\frac{1}{2}=4$ $R=4\div2=2$	③	∠A=150°、a=1 $2R=1\div\frac{1}{2}=2$ $R=2\div2=1$
④	∠A=45°、a=5 $2R=5\div\frac{1}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}$ $R=5\sqrt{2}\div2=\frac{5\sqrt{2}}{2}$	⑤	∠A=45°、a=7 $2R=7\div\frac{1}{\sqrt{2}}=7\sqrt{2}$ $R=7\sqrt{2}\div2=\frac{7\sqrt{2}}{2}$	⑥	∠A=135°、a=4 $2R=4\div\frac{1}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$ $R=4\sqrt{2}\div2=2\sqrt{2}$	⑦	∠A=135°、a=1 $2R=1\div\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ $R=\sqrt{2}\div2=\frac{\sqrt{2}}{2}$
⑧	∠A=60°、a=8 $2R=8\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{16}{\sqrt{3}}$ $R=\frac{16}{\sqrt{3}}\div2=\frac{8}{\sqrt{3}}$	⑨	∠A=60°、a=1 $2R=1\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2}{\sqrt{3}}$ $R=\frac{2}{\sqrt{3}}\div2=\frac{1}{\sqrt{3}}$	⑩	∠A=120°、a=9 $2R=9\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{18}{\sqrt{3}}$ $R=\frac{18}{\sqrt{3}}\div2=\frac{9}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}$	⑪	∠A=120°、a=6 $2R=6\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{12}{\sqrt{3}}$ $R=\frac{12}{\sqrt{3}}\div2=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

(　　)に合う語句を書きましょう。(3 点×4 問=12 点)

①	sinθ を(正弦)、 cosθ を余弦、 tanθ を正接という。	②	sin45°=sin135° =($\frac{1}{\sqrt{2}}$)	③	正弦定理 a=(2RsinA)	④	正弦定理の変形 2R=($\frac{a}{\sin A}$)

58 正弦定理・余弦定理②

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

正弦定理 $a=2R\sin A$ の両辺を 2R でわると、$\dfrac{a}{2R}=\sin A$ になります。

△ABC について、∠A の大きさを求めましょう。(4 点×11 問=44 点)

例	$a=2\sqrt{3}$、R=2 $\sin A=\dfrac{2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ∠A=60°、120°	①	$a=5\sqrt{3}$、R=5 $\sin A=\dfrac{5\sqrt{3}}{10}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ∠A=60°、120°	②	$a=\sqrt{3}$、R=1 $\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ∠A=60°、120°	③	$a=4\sqrt{3}$、R=4 $\sin A=\dfrac{4\sqrt{3}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ∠A=60°、120°
④	$a=7$、R=7 $\sin A=\dfrac{7}{14}=\dfrac{1}{2}$ ∠A=30°、150°	⑤	$a=3$、R=3 $\sin A=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$ ∠A=30°、150°	⑥	$a=6$、R=6 $\sin A=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$ ∠A=30°、150°	⑦	$a=1$、R=1 $\sin A=\dfrac{1}{2}$ ∠A=30°、150°
⑧	$a=8\sqrt{2}$、R=8 $\sin A=\dfrac{8\sqrt{2}}{16}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ∠A=45°、135°	⑨	$a=4\sqrt{2}$、R=4 $\sin A=\dfrac{4\sqrt{2}}{8}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ∠A=45°、135°	⑩	$a=\sqrt{2}$、R=1 $\sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ∠A=45°、135°	⑪	$a=9\sqrt{2}$、R=9 $\sin A=\dfrac{9\sqrt{2}}{18}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ∠A=45°、135°

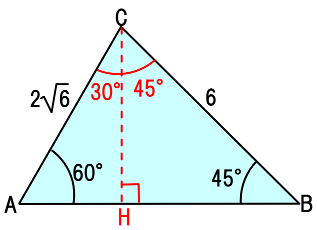
正弦定理はどの辺にも当てはまるので、$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ が成り立ちます。

△ABC について、∠B の対辺 b の長さを求めましょう。(8 点×5 問=40 点)

例	∠A=30°、∠B=45°、$a=5$ のときの b の長さ $\dfrac{5}{\sin 30°}=\dfrac{b}{\sin 45°}\rightarrow 5\sin 45°=b\sin 30°$ $5\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}b$　　$b=5\sqrt{2}$	①	∠A=30°、∠B=135°、$a=3$ のときの b の長さ $\dfrac{3}{\sin 30°}=\dfrac{b}{\sin 135°}\rightarrow 3\sin 135°=b\sin 30°$ $3\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}b$　　$b=3\sqrt{2}$
②	∠A=45°、∠B=30°、$a=7$ のときの b の長さ $\dfrac{7}{\sin 45°}=\dfrac{b}{\sin 30°}\rightarrow 7\sin 30°=b\sin 45°$ $7\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}b$　　$b=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$	③	∠A=45°、∠B=120°、$a=4$ のときの b の長さ $\dfrac{4}{\sin 45°}=\dfrac{b}{\sin 120°}\rightarrow 4\sin 120°=b\sin 45°$ $4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}b$　　$b=2\sqrt{6}$
④	∠A=60°、∠B=30°、$a=2$ のときの b の長さ $\dfrac{2}{\sin 60°}=\dfrac{b}{\sin 30°}\rightarrow 2\sin 30°=b\sin 60°$ $2\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}b$　　$b=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$	⑤	∠A=60°、∠B=45°、$a=6$ のときの b の長さ $\dfrac{6}{\sin 60°}=\dfrac{b}{\sin 45°}\rightarrow 6\sin 45°=b\sin 60°$ $6\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}b$　　$b=2\sqrt{6}$

△ABC について、∠C の対辺 c の長さを求めましょう。(8 点×2 問=16 点)

①



垂線 CH をひくと、

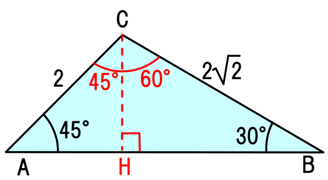
c=AH+BH になる。

AH=$2\sqrt{6}\sin 30°=\sqrt{6}$

BH=$6\sin 45°=3\sqrt{2}$

$c=\sqrt{6}+3\sqrt{2}$

②



垂線 CH をひくと、

c=AH+BH になる。

AH=$2\sin 45°=\sqrt{2}$

BH=$2\sqrt{2}\sin 60°=\sqrt{6}$

$c=\sqrt{2}+\sqrt{6}$

59	正弦定理・余弦定理③	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30 分	■時■分	■時■分	80 点

余弦定理…$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$、$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$、$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

$\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$　$\cos 45°=\frac{1}{\sqrt{2}}$　$\cos 60°=\frac{1}{2}$　$\cos 120°=-\frac{1}{2}$　$\cos 135°=-\frac{1}{\sqrt{2}}$　$\cos 150°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

△ABC について、次の辺の長さを求めましょう。(10 点×5 問=50 点)

例	$\angle A=45°$、$b=5\sqrt{2}$、$c=8$ のときの a $a^2=(5\sqrt{2})^2+8^2-2\times5\sqrt{2}\times8\times\cos 45°$ $a^2=50+64-80\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=114-80=34$ $a=\sqrt{34}$	①	$\angle A=120°$、$b=3$、$c=5$ のときの a $a^2=3^2+5^2-2\times3\times5\times\cos 120°$ $a^2=9+25-30\times(-\frac{1}{2})=34+15=49$ $a=\sqrt{49}=7$
②	$\angle B=30°$、$a=2\sqrt{3}$、$c=6$ のときの b $b^2=6^2+(2\sqrt{3})^2-2\times6\times2\sqrt{3}\times\cos 30°$ $b^2=36+12-24\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=48-36=12$ $b=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$	③	$\angle B=135°$、$a=4$、$c=3\sqrt{2}$ のときの b $b^2=(3\sqrt{2})^2+4^2-2\times3\sqrt{2}\times4\times\cos 135°$ $b^2=18+16-24\sqrt{2}\times(-\frac{1}{\sqrt{2}})=34+24=58$ $b=\sqrt{58}$
④	$\angle C=60°$、$a=3$、$b=5$ のときの c $c^2=3^2+5^2-2\times3\times5\times\cos 60°$ $c^2=9+25-30\times\frac{1}{2}=34-15=19$ $c=\sqrt{19}$	⑤	$\angle C=150°$、$a=4\sqrt{3}$、$b=4$ のときの c $c^2=(4\sqrt{3})^2+4^2-2\times4\sqrt{3}\times4\times\cos 150°$ $c^2=48+16-32\sqrt{3}\times(-\frac{\sqrt{3}}{2})=64+48=112$ $c=\sqrt{112}=4\sqrt{7}$

余弦定理を変形すると、次の関係式が成り立ちます。

$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$、$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$、$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

△ABC について、次の角の大きさを求めましょう。(10 点×5 問=50 点)

例	$a=\sqrt{34}$、$b=5\sqrt{2}$、$c=8$ のときの$\angle A$ $\cos A=\frac{50+64-34}{2\times5\sqrt{2}\times8}=\frac{80}{80\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ よって$\angle A=45°$	①	$a=\sqrt{5}$、$b=\sqrt{2}$、$c=1$ のときの$\angle A$ $\cos A=\frac{2+1-5}{2\times\sqrt{2}\times1}=\frac{-2}{2\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$ よって$\angle A=135°$
②	$a=5$、$b=7$、$c=8$ のときの$\angle B$ $\cos B=\frac{64+25-49}{2\times8\times5}=\frac{40}{80}=\frac{1}{2}$ よって$\angle B=60°$	③	$a=10$、$b=14$、$c=6$ のときの$\angle B$ $\cos B=\frac{36+100-196}{2\times6\times10}=\frac{-60}{120}=-\frac{1}{2}$ よって$\angle B=120°$
④	$a=4$、$b=5\sqrt{3}$、$c=\sqrt{31}$ のときの$\angle C$ $\cos C=\frac{16+75-31}{2\times4\times5\sqrt{3}}=\frac{60}{40\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ よって$\angle C=30°$	⑤	$a=4\sqrt{3}$、$b=4$、$c=4\sqrt{7}$ のときの$\angle C$ $\cos C=\frac{48+16-112}{2\times4\sqrt{3}\times4}=\frac{-48}{32\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ よって$\angle C=150°$

60	正弦定理・余弦定理④	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30 分	■時■分	■時■分	80 点

正弦定理と余弦定理を利用すると、2 辺とその間の角から、残りの辺や角を求めることが出来ます。

正弦定理…$a=2R\sin A$

余弦定理…$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$、$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$、$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

△ABC について、残りの辺の長さや角の大きさを求めましょう。(20 点×3 問=60 点)

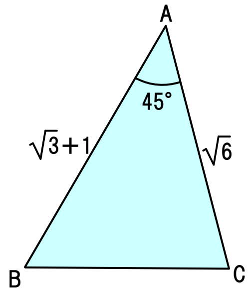
① $\angle A=45°$、$b=\sqrt{6}$、$c=\sqrt{3}+1$ のとき

$a^2=\sqrt{6}^2+(\sqrt{3}+1)^2-2\times\sqrt{6}\times(\sqrt{3}+1)\times\cos 45°$

$a^2=6+4+2\sqrt{3}-(2\sqrt{18}+2\sqrt{6})\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=10+2\sqrt{3}-6-2\sqrt{3}=4$ よって $a=\sqrt{4}=2$

$\cos B=\dfrac{4+2\sqrt{3}+4-6}{2\times(\sqrt{3}+1)\times 2}=\dfrac{2\sqrt{3}+2}{4\sqrt{3}+4}=\dfrac{2(\sqrt{3}+1)}{4(\sqrt{3}+1)}=\dfrac{1}{2}$ よって $\angle B=60°$

$\angle C=180°-45°-60°=75°$



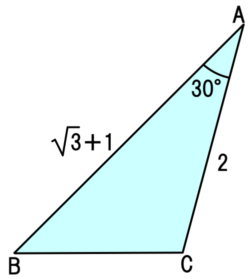
② $\angle A=30°$、$b=2$、$c=\sqrt{3}+1$ のとき

$a^2=2^2+(\sqrt{3}+1)^2-2\times 2\times(\sqrt{3}+1)\times\cos 30°$

$a^2=4+4+2\sqrt{3}-(4\sqrt{3}+4)\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=8+2\sqrt{3}-6-2\sqrt{3}=2$ よって $a=\sqrt{2}$

$\cos B=\dfrac{4+2\sqrt{3}+2-4}{2\times(\sqrt{3}+1)\times\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{3}+2}{2\sqrt{6}+2\sqrt{2}}=\dfrac{2(\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ よって $\angle B=45°$

$\angle C=180°-30°-45°=105°$



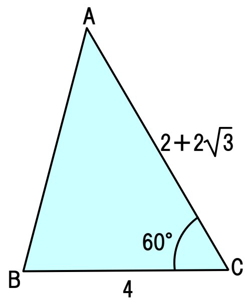
③ $\angle C=60°$、$a=4$、$b=2+2\sqrt{3}$ のとき

$c^2=4^2+(2+2\sqrt{3})^2-2\times 4\times(2+2\sqrt{3})\times\cos 60°$

$c^2=16+16+8\sqrt{3}-(16+16\sqrt{3})\times\dfrac{1}{2}=32+8\sqrt{3}-8-8\sqrt{3}=24$ よって $c=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

$\cos A=\dfrac{16+8\sqrt{3}+24-16}{2\times(2+2\sqrt{3})\times 2\sqrt{6}}=\dfrac{8\sqrt{3}+24}{8\sqrt{6}+8\sqrt{18}}=\dfrac{8(\sqrt{3}+3)}{8\sqrt{2}(\sqrt{3}+3)}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ よって $\angle A=45°$

$\angle B=180°-60°-45°=75°$



円に内接する四角形 ABCD について、BD と半径 R の長さを求めましょう。(20 点×2 問=40 点)

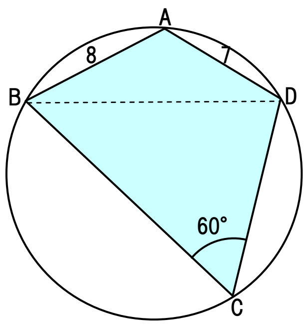
① $\angle C=60°$、AB=8、AD=7 のとき

$\angle A=180°-60°=120°$

△ABD で余弦定理より、$BD^2=8^2+7^2-2\times 8\times 7\times\cos 120°$

$BD^2=64+49-112\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=113+56=169$ よって $BD=\sqrt{169}=13$

$2R=\dfrac{13}{\sin 120°}=13\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{26}{\sqrt{3}}$ よって $R=\dfrac{13}{\sqrt{3}}$



② $\angle C=120°$、AB=3、AD=8 のとき

$\angle A=180°-120°=60°$

△ABD で余弦定理より、$BD^2=3^2+8^2-2\times 3\times 8\times\cos 60°$

$BD^2=9+64-48\times\dfrac{1}{2}=73-24=49$ よって $BD=\sqrt{49}=7$

$2R=\dfrac{7}{\sin 60°}=7\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{14}{\sqrt{3}}$ よって $R=\dfrac{7}{\sqrt{3}}$