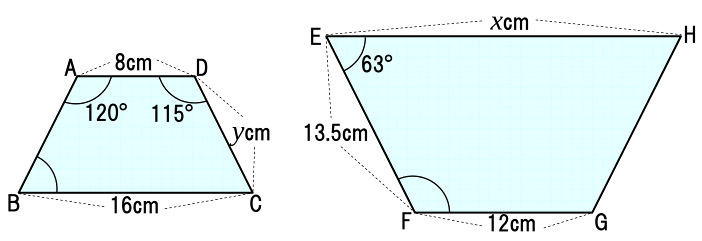
69　相似(1)	章	制限時間	合格点	
	18	30 分	80 点	点

形と大きさが等しい図形を合同といい、形が等しく大きさが異なる図形を相似(そうじ)といいます。
△ABC と△DEF が相似であることを、△ABC∽△DEF と表します。
相似な図形は、対応する線分の比と角の大きさがそれぞれ等しいです。
相似比が $a:b$ の図形の面積比は $a^2:b^2$、体積比は $a^3:b^3$ になります。

2 つの相似な四角形を見て、次の値を求めましょう。(6 点×5 問＝30 点)

①	2 つの四角形の相似比	
②	∠F の大きさ	
③	∠B の大きさ	
④	x の長さ	
⑤	y の長さ	

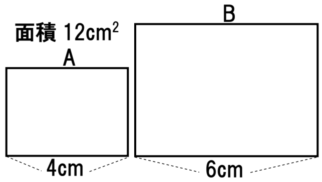


A と B が相似であるとき、B の面積と体積を求めましょう。(10 点×3 問＝30 点)

例	A：B＝2：3、A の面積 12cm²、A の体積 24 cm³		
	B の面積 $2^2:3^2=12:B$ $4\times B=9\times 12$ B＝27(cm²)	B の体積 $2^3:3^3=24:B$ $8\times B=27\times 24$ B＝81(cm³)	
①	A：B＝1：2、A の面積 10cm²、A の体積 30 cm³		
	B の面積	B の体積	
②	A：B＝3：4、A の面積 18cm²、A の体積 81cm³		
	B の面積	B の体積	
③	A：B＝2：5、A の面積 12cm²、A の体積 32cm³		
	B の面積	B の体積	

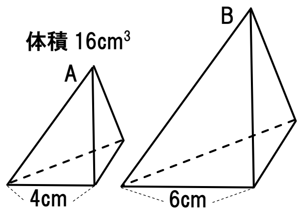
A と B が相似であるとき、次の値を求めましょう。(10 点×2 問＝20 点)

①



B の面積

②

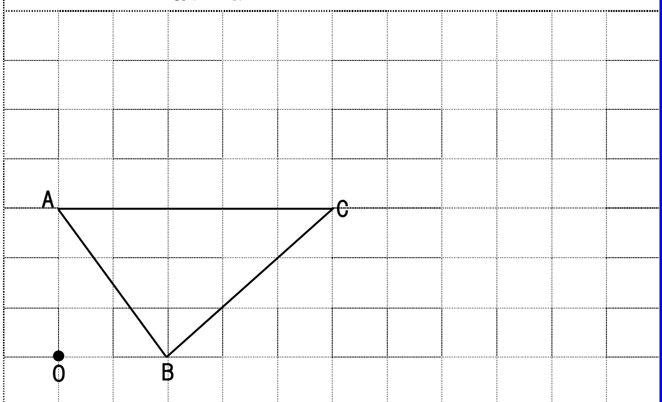


B の体積

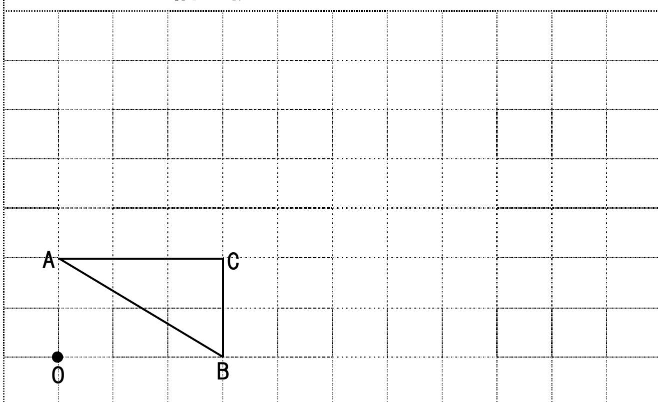
△ABC 上にない点 O から点 A、B、C を通る直線をひくと、拡大図や縮図をかくことが出来ます。
2 倍の拡大図の場合、OA'＝2OA、OB'＝2OB、OC'＝2OC となるように、点 A'、B'、C'をとります。

点 O を相似の中心として、拡大図をかきましょう。(10 点×2 問＝20 点)

① △ABC の 2 倍の拡大図△A'B'C'



② △ABC の 3 倍の拡大図△A'B'C'



70　相似(2)

章	制限時間	合格点	
18	30 分	80 点	点

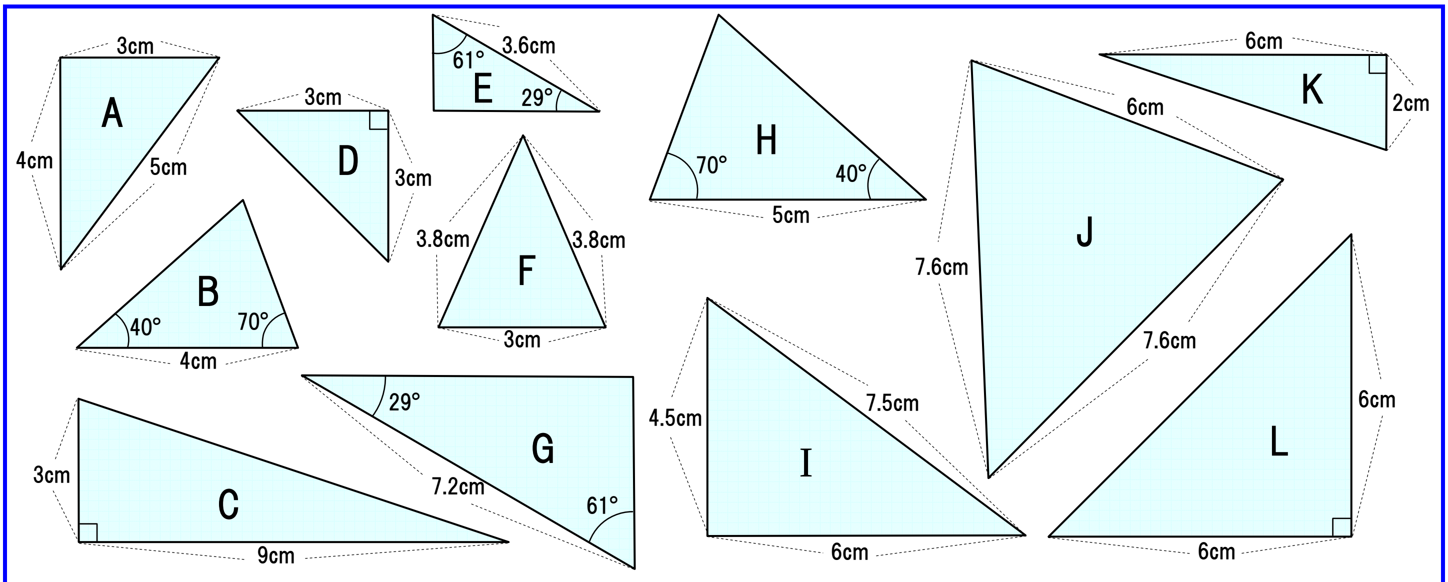
三角形の相似条件は 3 つあります。

① 3 組の辺の比が全て等しい。

② 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

③ 2 組の角がそれぞれ等しい。

相似条件に合う三角形の組を、それぞれ 2 組ずつ書きましょう。(20 点×3 問＝60 点)

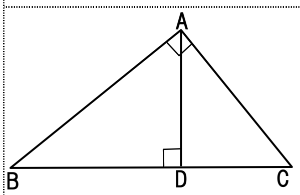


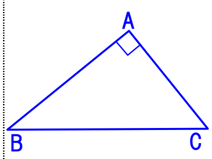
①	3 組の辺の比が全て等しい。		
②	2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。		
③	2 組の角がそれぞれ等しい。		

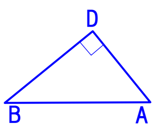
相似な図形を同じ向きに並べると、証明を進めやすくなります。

相似の図形を同じ向きに並べてかき、相似であることを証明しましょう。(20 点×2 問＝40 点)

例　∠A＝90°の直角三角形 ABC で、点 D は点 A から辺 BC にひいた垂線の交点です。
このとき、△ABC∽△DBA であることを証明しましょう。

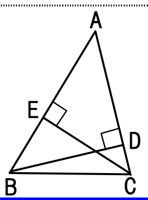




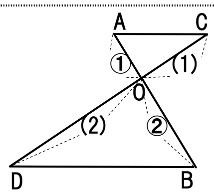


∠A＝90°、AD⊥BC より、∠BAC＝∠BDA …①
共通な角なので、∠ABC＝∠DBA …②
①②より、2 組の角がそれぞれ等しいので、
△ABC∽△DBA

①　点 D は点 B から辺 AC にひいた垂線の交点、点 E は点 C から辺 AB にひいた垂線の交点です。
このとき、△ABD∽△ACE であることを証明しましょう。



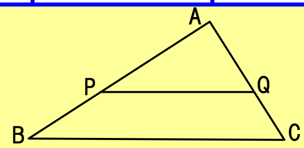
②　AB と CO が点 O で交わっていて、2AO＝BO、2CO＝DO です。
このとき、△AOC∽△BOD であることを証明しましょう。



71　相似(3)

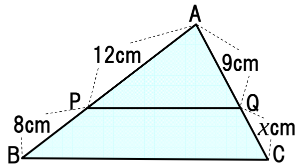
章	制限時間	合格点	
18	30分	80点	点

△ABCの内側にBCと平行な直線PQがあるとき、△ABC∽△APQになります。
△ABC∽△APQなので、3組の辺の比が全て等しくなります。
三角形以外でも、平行な直線に交わるそれぞれの辺の比は等しくなります。



PQ//BCのとき、xの値を求めましょう。(6点×6問＝36点)

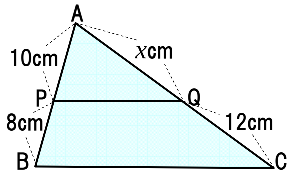
例



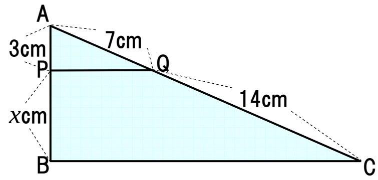
$12：8=9：x$

$12x=72$　$x=6$(cm)

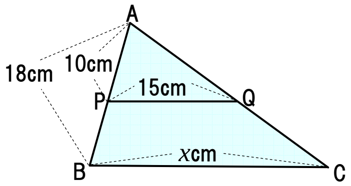
①



②



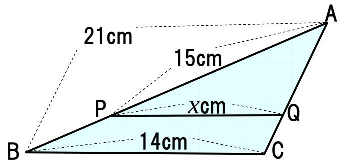
例



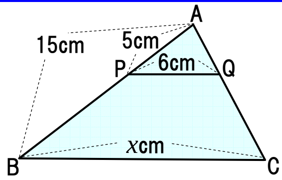
$10：18=15：x$

$10x=270$　$x=27$(cm)

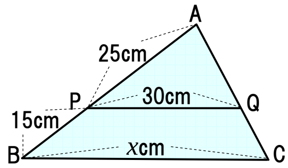
③



④



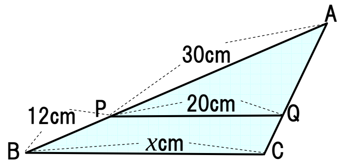
例



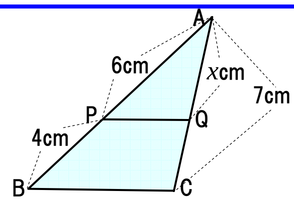
$25：(25+15)=30：x$

$25x=1200$　$x=48$(cm)

⑤

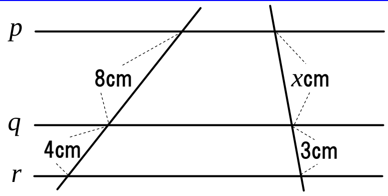


⑥



$p//q//r$のとき、xの値を求めましょう。(8点×8問＝64点)

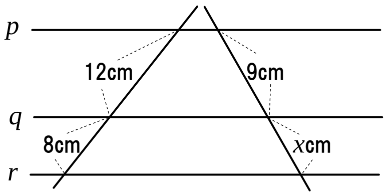
例



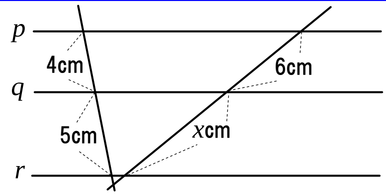
$8：4=x：3$

$4x=24$　　$x=6$(cm)

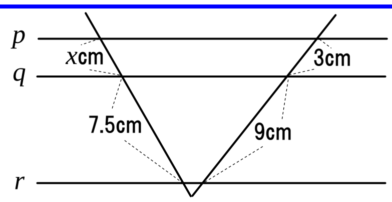
①



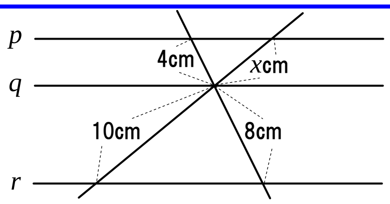
②



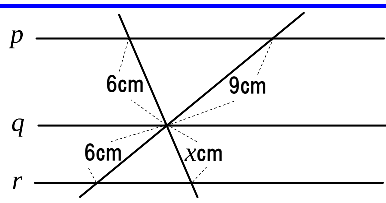
③



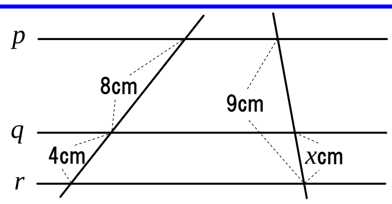
④



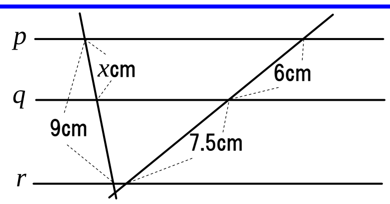
⑤



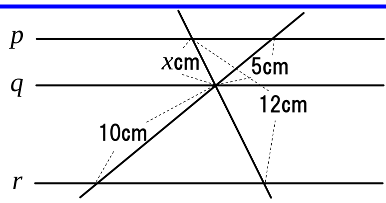
⑥



⑦



⑧

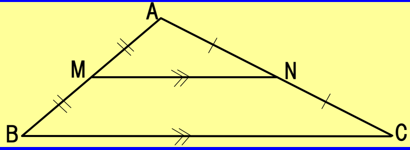


72　相似(4)

章	制限時間	合格点	
18	30 分	80 点	点

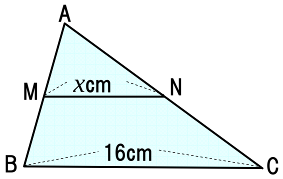
△ABC の辺 AB の中点を M、辺 AC の中点を N とすると、

MN//BC、$MN=\frac{1}{2}BC$ が成り立つことを中点連結定理といいます。



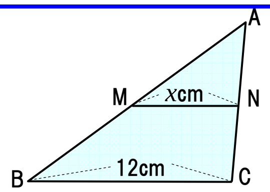
△ABC の AB の中点を M、AC の中点を N とするとき、x の値を求めましょう。(5 点×2 問＝10 点)

例

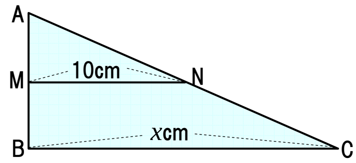


$x=8$(cm)

①

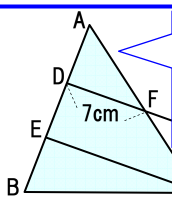


②



点 D、E が AB を 3 等分する点、点 F が AC の中点のとき、FG の長さを求めましょう。(10 点×2 問＝20 点)

例



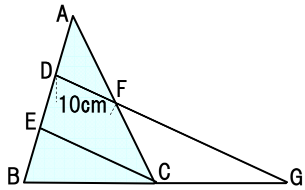
FG＝DG－DF

△AEC で、EC＝2DF

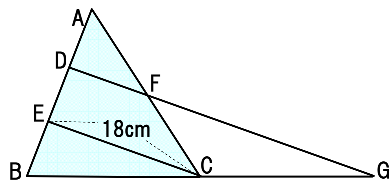
△DBG で、DG＝2EC

DG(28cm)－DF(7cm)＝21(cm)

①

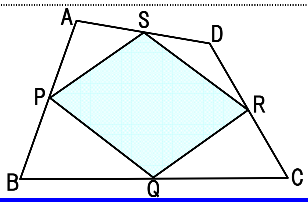


②

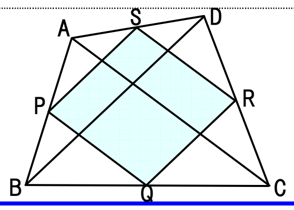


四角形 ABCD について、中点連結定理を利用して次のことを証明しましょう。(15 点×2 問＝30 点)

① 4 辺の中点を P、Q、R、S とすると、四角形 PQRS は平行四辺形になる。



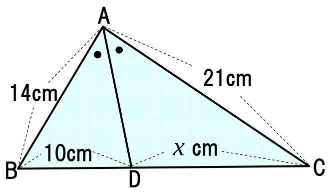
② 4 辺の中点を P、Q、R、S とすると、対角線 AC＝DB ならば、四角形 PQRS はひし形になる。



△ABC の∠A の二等分線と BC の交点を D とすると、AB：AC＝BD：DC になります。

AD が△ABC の∠A の二等分線であるとき、x の値を求めましょう。(10 点×4 問＝40 点)

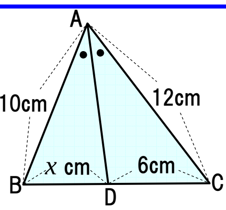
例



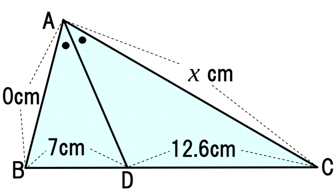
$14：21=10：x$

$14x=210$　$x=15$(cm)

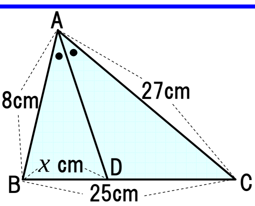
①



②



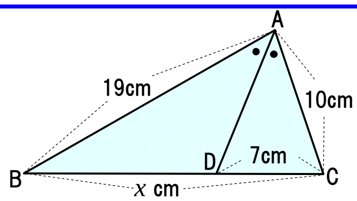
例



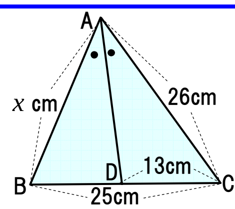
$18：27=x：(25-x)$

$27x=450-18x$　$x=10$(cm)

③



④



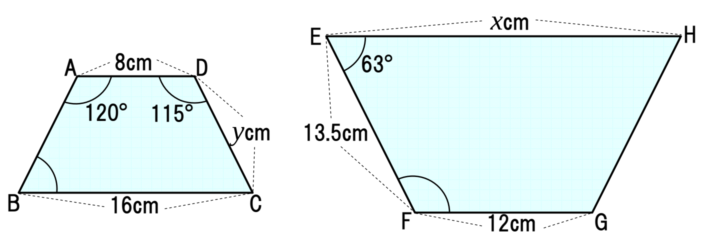
69　相似(1)

章	制限時間	合格点	
18	30 分	80 点	点

形と大きさが等しい図形を合同といい、形が等しく大きさが異なる図形を相似(そうじ)といいます。
△ABC と△DEF が相似であることを、△ABC∽△DEF と表します。
相似な図形は、対応する線分の比と角の大きさがそれぞれ等しいです。
相似比が a：b の図形の面積比は a^2：b^2、体積比は a^3：b^3 になります。

2 つの相似な四角形を見て、次の値を求めましょう。(6 点×5 問＝30 点)

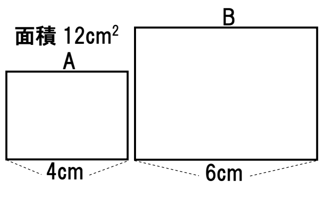
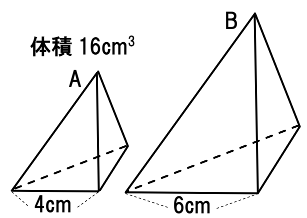
①	2 つの四角形の相似比	2：3
②	∠F の大きさ	115°
③	∠B の大きさ	62°
④	x の長さ	24cm
⑤	y の長さ	9cm



A と B が相似であるとき、B の面積と体積を求めましょう。(12 点×3 問＝36 点)

例	A：B＝2：3、A の面積 12cm^2、A の体積 24 cm^3	
	B の面積 2^2：3^2＝12：B 4×B＝9×12 B＝27(cm^2)	B の体積 2^3：3^3＝24：B 8×B＝27×24 B＝81(cm^3)
①	A：B＝1：2、A の面積 10cm^2、A の体積 30 cm^3	
	B の面積 1^2：2^2＝10：B 1×B＝4×10 B＝40(cm^2)	B の体積 1^3：2^3＝30：B 1×B＝8×30 B＝240(cm^3)
②	A：B＝3：4、A の面積 18cm^2、A の体積 81cm^3	
	B の面積 3^2：4^2＝18：B 9×B＝16×18 B＝32(cm^2)	B の体積 3^3：4^3＝81：B 27×B＝64×81 B＝192(cm^3)
③	A：B＝2：5、A の面積 12cm^2、A の体積 32cm^3	
	B の面積 2^2：5^2＝12：B 4×B＝25×12 B＝75(cm^2)	B の体積 2^3：5^3＝32：B 8×B＝125×32 B＝500(cm^3)

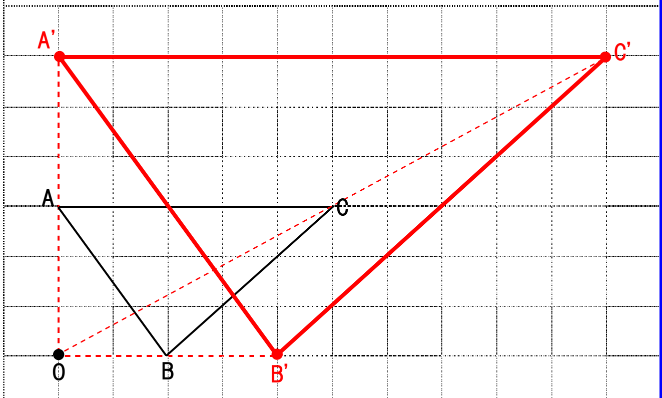
A と B が相似であるとき、次の値を求めましょう。(10 点×2 問＝20 点)

①		B の面積 相似比…2：3 2^2：3^2＝12：B 4×B＝9×12 B＝27(cm^2)
②		B の体積 相似比…2：3 2^3：3^3＝16：B 8×B＝27×16 B＝54(cm^3)

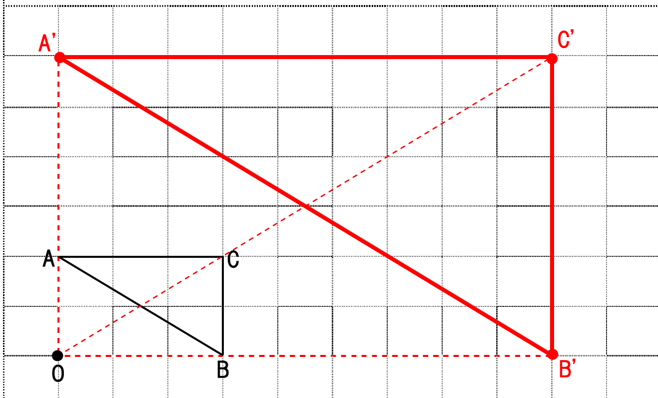
△ABC 上にない点 O から点 A、B、C を通る直線をひくと、拡大図や縮図をかくことが出来ます。
2 倍の拡大図の場合、OA'＝2OA、OB'＝2OB、OC'＝2OC となるように、点 A'、B'、C'をとります。

点 O を相似の中心として、拡大図をかきましょう。(10 点×2 問＝20 点)

① △ABC の 2 倍の拡大図△A'B'C'



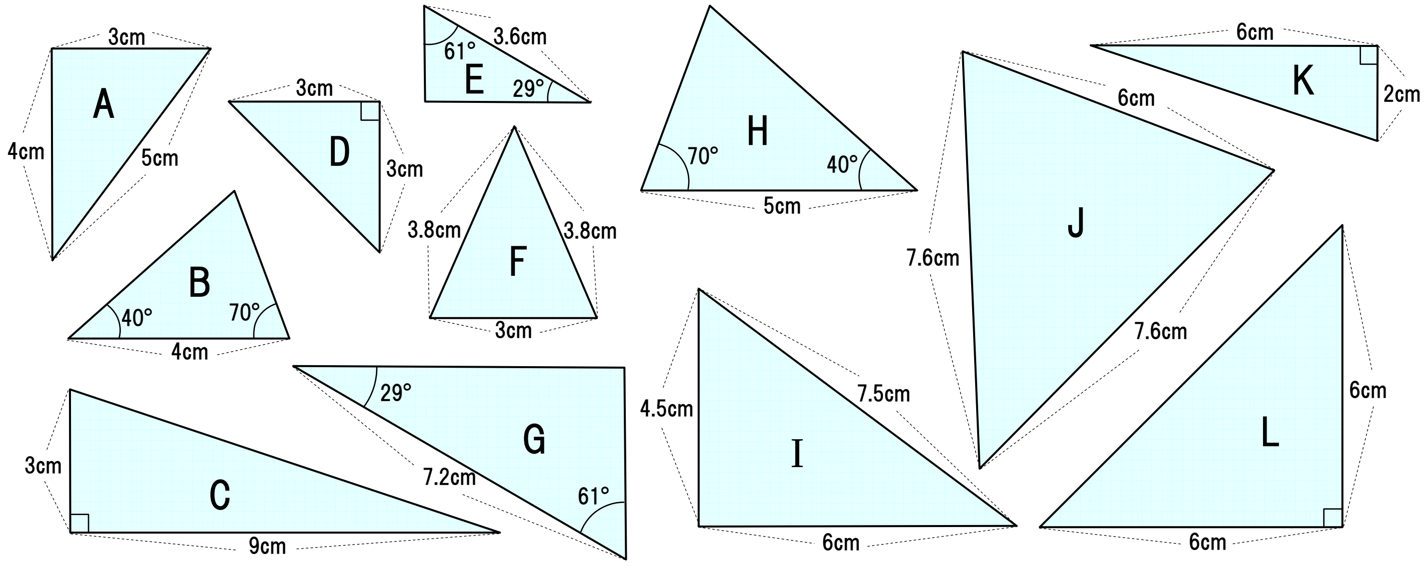
② △ABC の 3 倍の拡大図△A'B'C'



70　相似(2)	章	制限時間	合格点	
	18	30 分	80 点	点

三角形の相似条件は 3 つあります。
① 3 組の辺の比が全て等しい。
② 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
③ 2 組の角がそれぞれ等しい。

相似条件に合う三角形の組を、それぞれ 2 組ずつ書きましょう。(20 点×3 問＝60 点)

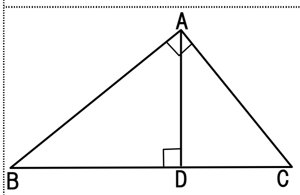


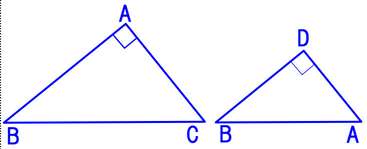
①	3 組の辺の比が全て等しい。	A と I	F と J
②	2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。	C と K	D と L
③	2 組の角がそれぞれ等しい。	B と H	E と G

相似な図形を同じ向きに並べると、証明を進めやすくなります。

相似の図形を同じ向きに並べてかき、相似であることを証明しましょう。(20 点×2 問＝40 点)

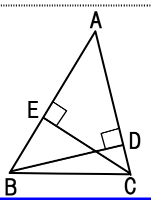
例　∠A＝90°の直角三角形 ABC で、点 D は点 A から辺 BC にひいた垂線の交点です。
このとき、△ABC∽△DBA であることを証明しましょう。

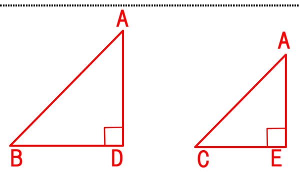




∠A＝90°、AD⊥BC より、∠BAC＝∠BDA …①
共通な角なので、∠ABC＝∠DBA …②
①②より、2 組の角がそれぞれ等しいので、
△ABC∽△DBA

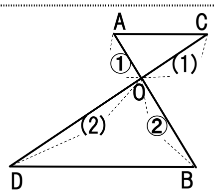
①　点 D は点 B から辺 AC にひいた垂線の交点、点 E は点 C から辺 AB にひいた垂線の交点です。
このとき、△ABD∽△ACE であることを証明しましょう。

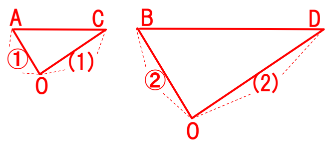




BD⊥AC、CE⊥AB より、∠ADB＝∠AEC …①
共通な角なので、∠BAD＝∠CAE …②
①②より、2 組の角がそれぞれ等しいので、
△ABD∽△ACE

②　AB と CO が点 O で交わっていて、2AO＝BO、2CO＝DO です。
このとき、△AOC∽△BOD であることを証明しましょう。

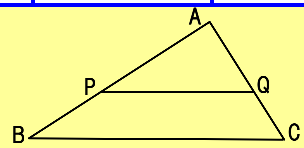




仮定より、AO：BO＝1：2、CO：DO＝1：2 …①
対頂角は等しいので、∠AOC＝∠BOD …②
①②より、2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、△AOC∽△BOD

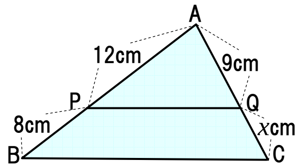
71　相似(3)	章 18	制限時間 30 分	合格点 80 点	点

△ABC の内側に BC と平行な直線 PQ があるとき、△ABC∽△APQ になります。
△ABC∽△APQ なので、3 組の辺の比が全て等しくなります。
三角形以外でも、平行な直線に交わるそれぞれの辺の比は等しくなります。



PQ//BC のとき、x の値を求めましょう。(6 点×6 問＝36 点)

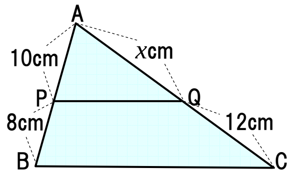
例



12：8＝9：x

12x＝72　x＝6(cm)

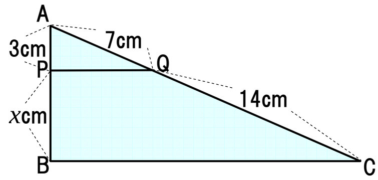
①



10：8＝x：12

8x＝120　x＝15(cm)

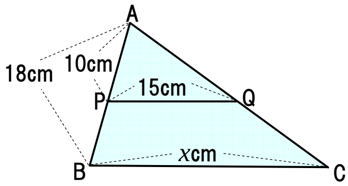
②



3：x＝7：14

7x＝42　x＝6(cm)

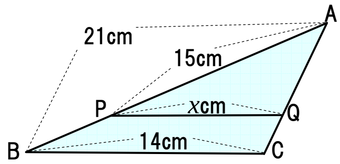
例



10：18＝15：x

10x＝270　x＝27(cm)

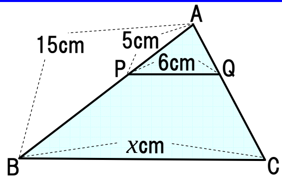
③



15：21＝x：14

21x＝210　x＝10(cm)

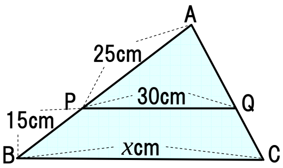
④



5：15＝6：x

5x＝90　x＝18(cm)

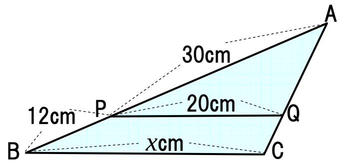
例



25：(25＋15)＝30：x

25x＝1200　x＝48(cm)

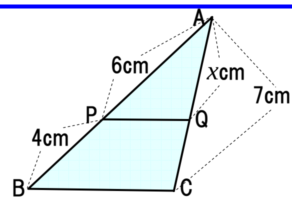
⑤



30：(30＋12)＝20：x

30x＝840　x＝28(cm)

⑥

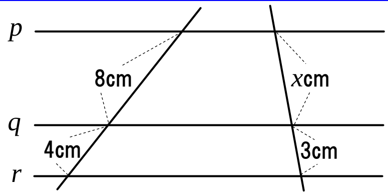


6：(6＋4)＝x：7

10x＝42　x＝4.2(cm)

$p//q//r$ のとき、x の値を求めましょう。(8 点×8 問＝64 点)

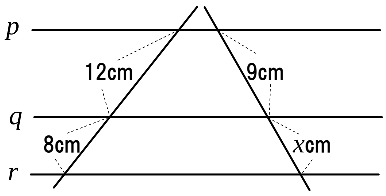
例



8：4＝x：3

4x＝24　x＝6(cm)

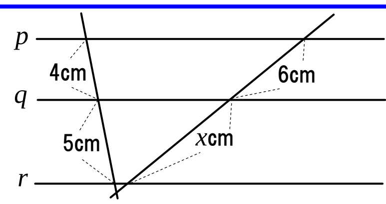
①



12：8＝9：x

12x＝72　x＝6(cm)

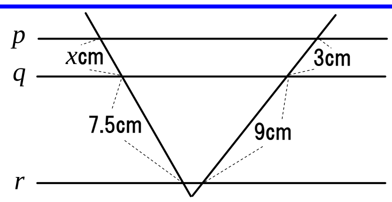
②



4：5＝6：x

4x＝30　x＝7.5(cm)

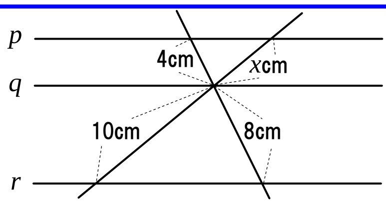
③



x：7.5＝3：9

9x＝22.5　x＝2.5(cm)

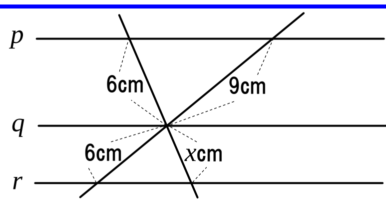
④



4：8＝x：10

8x＝40　x＝5(cm)

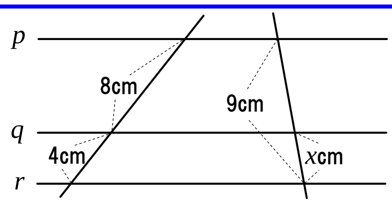
⑤



6：x＝9：6

9x＝36　x＝4(cm)

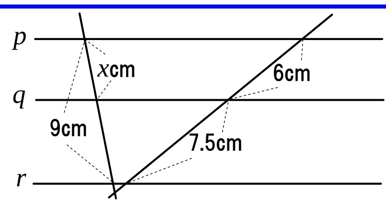
⑥



(8＋4)：4＝9：x

12x＝36　x＝3(cm)

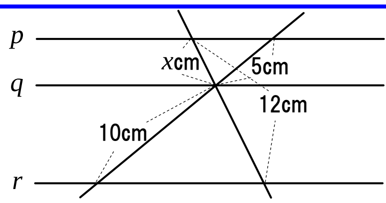
⑦



x：9＝6：(6＋7.5)

13.5x＝54　x＝4(cm)

⑧



x：12＝5：(5＋10)

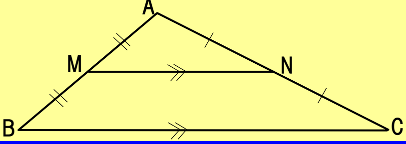
15x＝60　x＝4(cm)

72　相似(4)

章	制限時間	合格点	
18	30 分	80 点	点

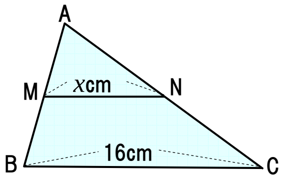
△ABC の辺 AB の中点を M、辺 AC の中点を N とすると、

MN//BC、MN=$\frac{1}{2}$BC が成り立つことを中点連結定理といいます。



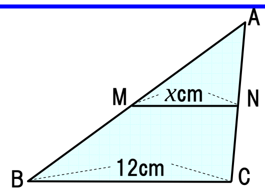
△ABC の AB の中点を M、AC の中点を N とするとき、x の値を求めましょう。(5 点×2 問=10 点)

例



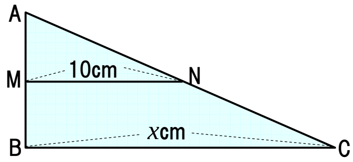
x=8(cm)

①



x=6(cm)

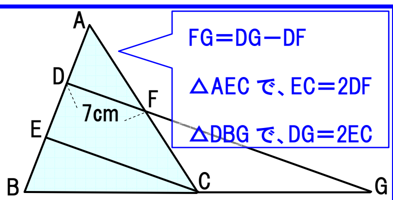
②



x=20(cm)

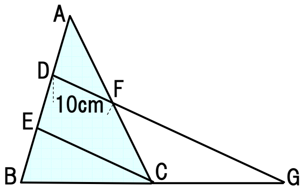
点 D、E が AB を 3 等分する点、点 F が AC の中点のとき、FG の長さを求めましょう。(10 点×2 問=20 点)

例



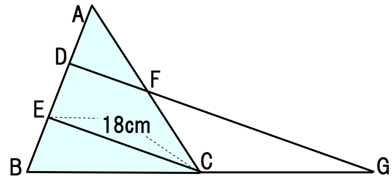
DG(28cm)−DF(7cm)=21(cm)

①



DG(40cm)−DF(10cm)=30(cm)

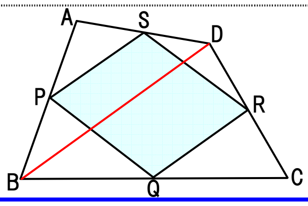
②



DG(36cm)−DF(9cm)=27(cm)

四角形 ABCD について、中点連結定理を利用して次のことを証明しましょう。(15 点×2 問=30 点)

① 4 辺の中点を P、Q、R、S とすると、四角形 PQRS は平行四辺形になる。



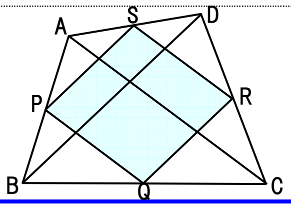
△ABD で、中点連結定理より、PS// BD で PS=1/2BD…①

△CBD で、中点連結定理より、QR// BD で QR=1/2BD…②

①②より、PS// QR で PS=QR

1 組の向かい合う辺が等しく平行なので、四角形 PQRS は平行四辺形。

② 4 辺の中点を P、Q、R、S とすると、対角線 AC=DB ならば、四角形 PQRS はひし形になる。



中点連結定理より、SR=1/2AC…①、PQ=1/2AC…②、

SP=1/2DB…③、RQ=1/2DB…④

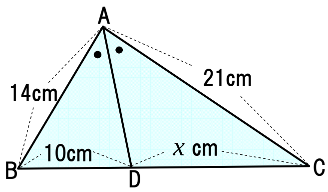
仮定より、AC=DB…⑤

①②③④⑤より、4 つの辺の長さが等しいので、PQRS はひし形。

△ABC の∠A の二等分線と BC の交点を D とすると、AB：AC=BD：DC になります。

AD が△ABC の∠A の二等分線であるとき、x の値を求めましょう。(10 点×4 問=40 点)

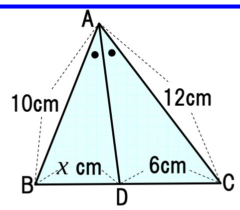
例



14：21=10：x

14x=210　x=15(cm)

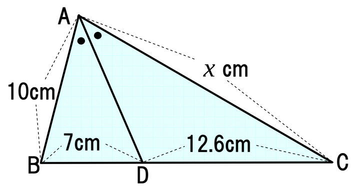
①



10：12=x：6

12x=60　x=5(cm)

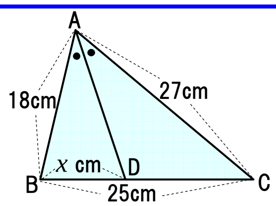
②



10：x=7：12.6

7x=126　x=18(cm)

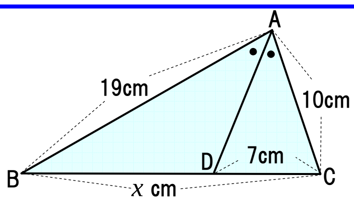
例



18：27=x：(25−x)

27x=450−18x　x=10(cm)

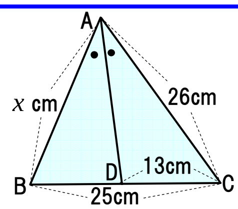
③



19：10=(x−7)：7

10x−70=133　x=20.3(cm)

④



x：26=(25−13)：13

13x=312　x=24(cm)