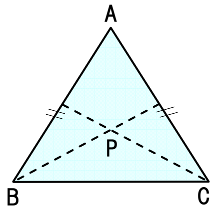
45　証明(1)	章	制限時間	合格点	
	12	30 分	80 点	点

2 辺と 2 つの底角が等しい三角形を二等辺三角形といい、頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分します。
3 辺と 3 つの角が等しい三角形を正三角形といい、内角は全て 60°になります。

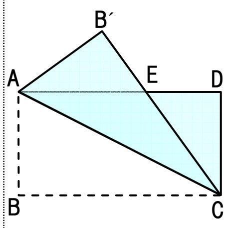
次のことを証明するのに、(　　)に適する語や記号を書きましょう。(14 点×5 問＝70 点)

①



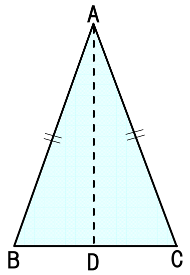
<u>AB＝AC の二等辺三角形で、底角∠B、∠C の二等分線をひき、交点を P とする。</u>
<u>このとき、△PBC は二等辺三角形になる。</u>
△ABC で、二等辺三角形の(　　　)は等しいので、∠B＝∠C…①
∠PBC は(　　　)の二等分線…②
∠PCB は(　　　)の二等分線…③
△PBC で、①②③より、(　　　)が等しいので、△PBC は二等辺三角形である。

②



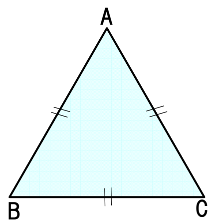
<u>長方形 ABCD を、対角線 AC で折り返して、辺 AD と交わる点を E とする。</u>
<u>このとき、△AEC は二等辺三角形になる。</u>
長方形の対辺は平行で、錯角は等しくなるので、∠ACB＝(　　　　)…①
折り返した角は等しいので、∠ACB＝(　　　　)…②
①②より、(　　　　)＝(　　　　)…③
③より、(　　　)が等しいので、△AEC は二等辺三角形である。

③



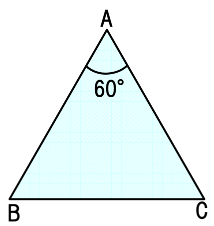
<u>二等辺三角形の頂角∠A の二等分線は、底辺 BC を垂直に二等分する。</u>
△ABD と△ACD で、AB＝(　　　)…①
∠A の二等分線なので、∠BAD＝(　　　　)…②　(　　　　　)なので、AD＝AD…③
①②③より、(　　　　　　　　　)がそれぞれ等しいので、△ABD≡(　　　　)
合同な図形の対応する辺や角は等しいので、∠ADB＝(　　　　)
∠ADB＋∠ADC＝180°なので、∠ADB＝∠ADC＝(　　)°、つまり AD⊥BC である。

④



<u>正三角形 ABC の 3 つの内角は全て等しい。</u>
正三角形なので、AB＝(　　)＝CA
AB＝BC より、二等辺三角形の(　　　)は等しいので、∠A＝(　　)…①
BC＝CA より、二等辺三角形の(　　　)は等しいので、∠A＝(　　)…②
①②より、∠A＝(　　)＝∠C なので、正三角形 ABC の 3 つの内角は全て等しい。

⑤

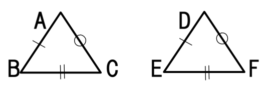


<u>頂角∠A が 60°の二等辺三角形 ABC は、正三角形になる。</u>
∠A＝60°…①　二等辺三角形の(　　　)は等しいので、∠B＝(　　)…②
三角形の内角の和は(　　)°なので、∠B＋∠C＝(　　)°－∠A＝120°…③
②③より、∠B＝(　　)＝60°…④　①④より、∠A＝∠B＝∠C＝60°
したがって、頂角∠A が 60°の二等辺三角形 ABC は、正三角形になる。

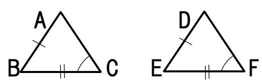
仮定と結論を入れかえた内容を、逆といいます。

ことがらの逆を書き、逆の内容が正しければ○、正しくなければ×を書きましょう。(10 点×3 問＝30 点)

① △ABC≡△DEF ならば、AB＝DE、BC＝EF、AC＝DF である。
逆 →



② △ABC≡△DEF ならば、AB＝DE、BC＝EF、∠C＝∠F である。
逆 →

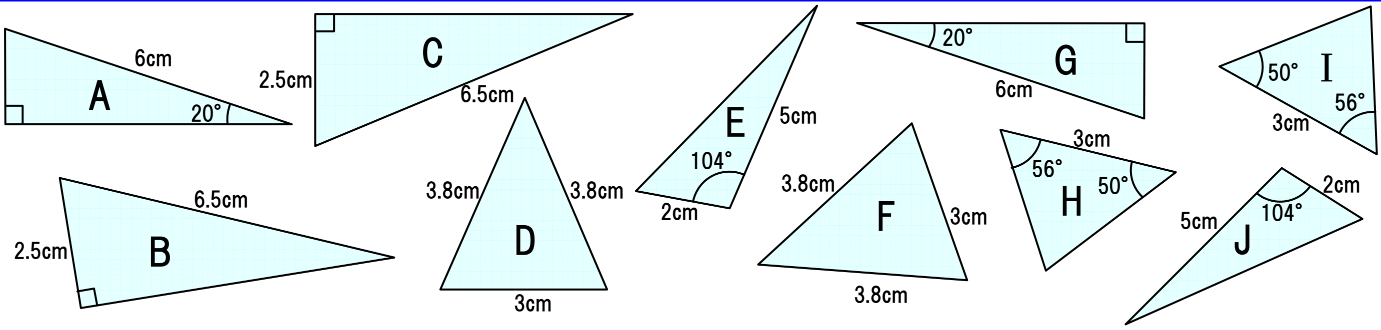


③ △ABC≡△DEF ならば、AB＝DE、∠A＝∠D、∠B＝∠E である。
逆 →

46　証明(2)	章 12	制限時間 30 分	合格点 80 点	点

1 つの角が 90°の三角形を直角三角形といい、合同条件は 2 つあります。
① 斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい。
② 斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい。

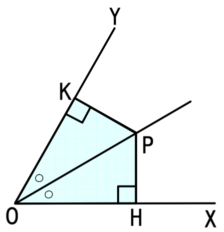
下の図の三角形を、合同な組に分け、その合同条件を答えましょう。(8 点×5 問＝40 点)



①	合同な三角形	合同条件
②	合同な三角形	合同条件
③	合同な三角形	合同条件
④	合同な三角形	合同条件
⑤	合同な三角形	合同条件

次のことを証明するのに、(　　)に適する語や記号を書きましょう。(15 点×4 問＝60 点)

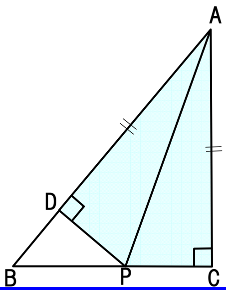
①



∠XOY の二等分線上の点 P から垂線 PH、PK をひくとき、PH＝PK になる。

△PHO と△PKO で、PH⊥OX、PK⊥(　　)なので、∠PHO＝∠(　　)＝90°…①
∠XOY の二等分線なので、∠(　　)＝∠(　　)…②
(　　　　　)なので、PO＝PO…③
①②③より、直角三角形の斜辺と(　　　　　)がそれぞれ等しいので△PHO≡△PKO
合同な三角形の対応する辺は等しいので、PH＝(　　)になる。

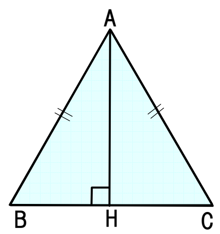
②



∠C＝90°の直角三角形 ABC で、AC＝AD になる点 D をとる。
D を通る AB の垂線をひき、BC との交点を P とするとき、△PAC≡△PAD になる。

△PAC と△PAD で、∠PCA＝∠(　　)＝90°…①
(　　)＝(　　)…②
(　　　　　)なので、AP＝AP…③
①②③より、直角三角形の斜辺と(　　　　　)がそれぞれ等しいので△PAC≡△PAD

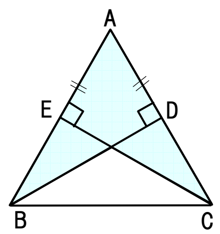
③



二等辺三角形 ABC で、頂角から底辺に垂線 AH をひくとき、∠BAH＝∠CAH になる。

△ABH と△ACH で、∠AHB＝∠(　　)＝90°…①
△ABC は二等辺三角形なので、(　　)＝(　　)…②
(　　　　　)なので、AH＝AH…③
①②③より、直角三角形の斜辺と(　　　　　)がそれぞれ等しいので△ABH≡△ACH
合同な三角形の対応する角は等しいので、∠BAH＝∠(　　)になる。

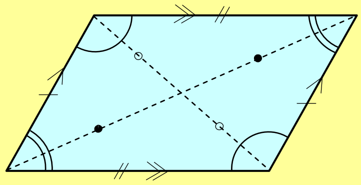
④



二等辺三角形 ABC で、B から AC、C から AB に垂線をひくとき、BD＝CE になる。

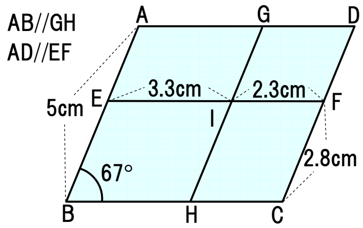
△ABD と△ACE で、BD⊥(　　)、CE⊥(　　)なので、∠ADB＝∠(　　)＝90°…①
△ABC は二等辺三角形なので、(　　)＝(　　)…②
(　　　　　)なので、∠BAD＝∠(　　)…③
①②③より、直角三角形の斜辺と(　　　　　)がそれぞれ等しいので△ABD≡△ACE
合同な三角形の対応する辺は等しいので、BD＝(　　)になる。

47　証明(3)	章	制限時間	合格点	
	12	30 分	80 点	点

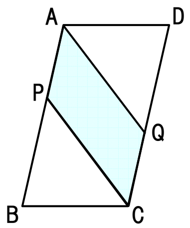
平行四辺形になる条件は 5 つあります。	
	①　2 組の向かいあう辺がそれぞれ平行である。 ②　2 組の向かいあう辺がそれぞれ等しい。 ③　2 組の向かいあう角がそれぞれ等しい。 ④　対角線がそれぞれの中点で交わる。 ⑤　1 組の向かいあう辺が等しく平行である。

▱ABCD について、次の問いに答えましょう。(5 点×5 問＝25 点)

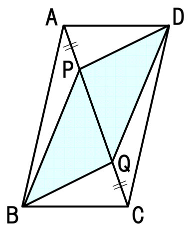
①	DF は何 cm ですか。	
②	AD は何 cm ですか。	
③	BH は何 cm ですか。	
④	∠GIF は何度ですか。	
⑤	∠HIF は何度ですか。	



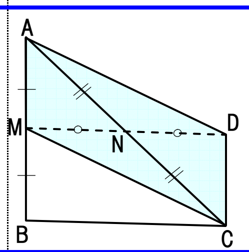
次の四角形が平行四辺形になることを証明しましょう。(15 点×3 問＝45 点)

①


▱ABCD で、AB、DC 上に、AP＝CQ となる点 P、Q をとるときの四角形 APCQ。

②


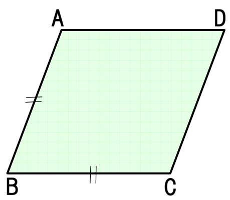
▱ABCD で、対角線 AC 上に、AP＝CQ となる点 P、Q をとるときの四角形 BQDP。

③


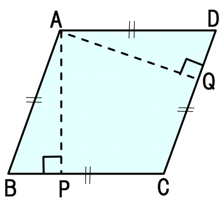
△ABC の中点 M、N の延長線上に MN＝ND となる点 D をとるときの四角形 AMCD。

ひし形は、4 つの辺が等しい四角形で、対角線が垂直に交わります。

次のことを証明しましょう。(15 点×2 問＝30 点)

①


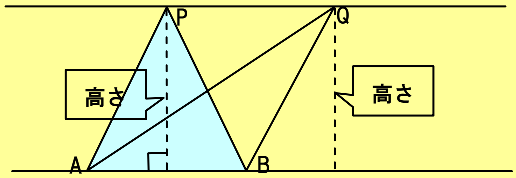
▱ABCD で、AB＝BC のとき、四角形 ABCD はひし形である。

②


ひし形 ABCD で、頂点 A から、BC、CD にひいた垂線 AP、AQ の長さは等しい。

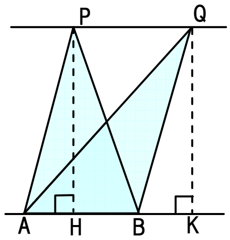
# 48　証明(4)	章 12	制限時間 30 分	合格点 80 点	点

三角形の底辺と高さが等しければ、面積は等しくなります。
右の図で、底辺を AB とします。
PQ//AB ならば、△PAB＝△QAB
その逆で、△PAB＝△QAB ならば、PQ//AB

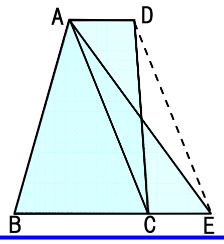


次のことを証明しましょう。(20 点×2 問＝40 点)

① PQ//AB で、P、Q から AB に垂線 PH、QK をひくとき、△APB＝△AQB である。



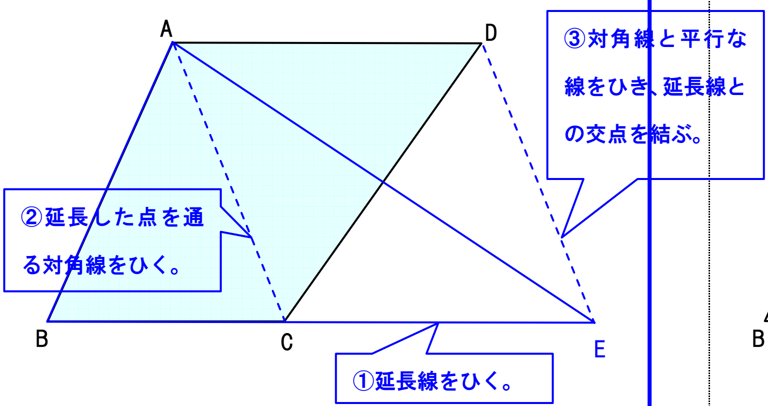
② 四角形 ABCD＝△ABE ならば、 AC//DE である。



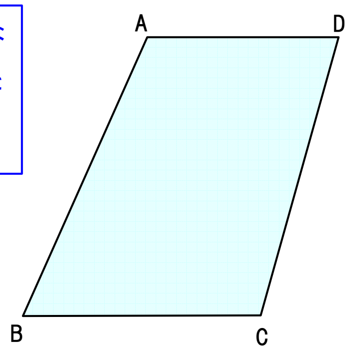
面積が等しい図形は、底辺に平行な線をひいて、高さが等しい図形を作図します。

次の図形を作図しましょう。(20 点×3 問＝60 点)

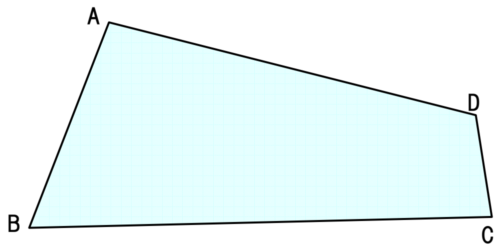
例 四角形 ABCD の辺 BC の延長上に点 E をとり、四角形 ABCD と面積の等しい△ABE を作図。



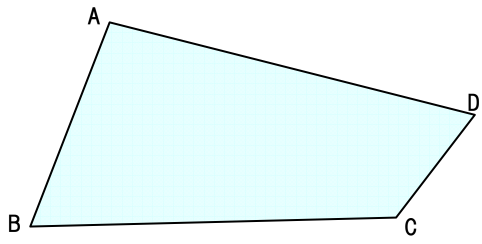
① 四角形 ABCD の辺 AD の延長上に点 E をとり、四角形 ABCD と面積の等しい△ABE を作図。



② 四角形 ABCD の辺 AB の延長上に点 E をとり、四角形 ABCD と面積の等しい△AED を作図。



③ 四角形 ABCD の辺 DC の延長上に点 E をとり、四角形 ABCD と面積の等しい△AED を作図。

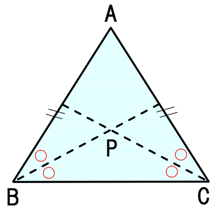


45　証明(1)	章 12	制限時間 30 分	合格点 80 点	点

2 辺と 2 つの底角が等しい三角形を二等辺三角形といい、頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分します。
3 辺と 3 つの角が等しい三角形を正三角形といい、内角は全て 60°になります。

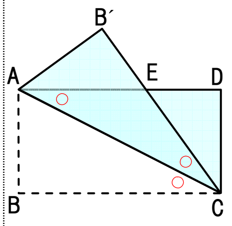
次のことを証明するのに、(　　)に適する語や記号を書きましょう。(14 点×5 問＝70 点)

①



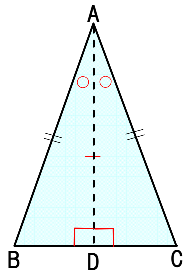
AB＝AC の二等辺三角形で、底角∠B、∠C の二等分線をひき、交点を P とする。
このとき、△PBC は二等辺三角形になる。
△ABC で、二等辺三角形の(底角)は等しいので、∠B＝∠C…①
∠PBC は(∠B)の二等分線…②
∠PCB は(∠C)の二等分線…③
△PBC で、①②③より、(底角)が等しいので、△PBC は二等辺三角形である。

②



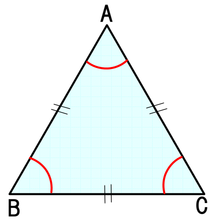
長方形 ABCD を、対角線 AC で折り返して、辺 AD と交わる点を E とする。
このとき、△AEC は二等辺三角形になる。
長方形の対辺は平行で、錯角は等しくなるので、∠ACB＝(∠CAE)…①
折り返した角は等しいので、∠ACB＝(∠ACE)…②
①②より、(∠CAE)＝(∠ACE)…③
③より、(底角)が等しいので、△AEC は二等辺三角形である。

③



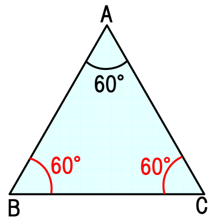
二等辺三角形の頂角∠A の二等分線は、底辺 BC を垂直に二等分する。
△ABD と△ACD で、AB＝(　AC　)…①
∠A の二等分線なので、∠BAD＝(∠CAD)…②　(共通な辺)なので、AD＝AD…③
①②③より、(2 組の辺とその間の角)がそれぞれ等しいので、△ABD≡(△ACD)
合同な図形の対応する辺や角は等しいので、∠ADB＝(∠ADC)
∠ADB＋∠ADC＝180°なので、∠ADB＝∠ADC＝(90)°、つまり AD⊥BC である。

④



正三角形 ABC の 3 つの内角は全て等しい。
正三角形なので、AB＝(BC)＝CA
AB＝BC より、二等辺三角形の(底角)は等しいので、∠A＝(∠C)…①
BC＝CA より、二等辺三角形の(底角)は等しいので、∠A＝(∠B)…②
①②より、∠A＝(∠B)＝∠C なので、正三角形 ABC の 3 つの内角は全て等しい。

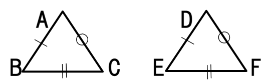
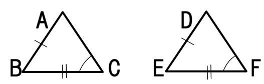
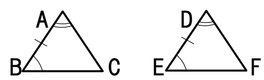
⑤



頂角∠A が 60°の二等辺三角形 ABC は、正三角形になる。
∠A＝60°…①　二等辺三角形の(底角)は等しいので、∠B＝(∠C)…②
三角形の内角の和は(180)°なので、∠B＋∠C＝(180)°－∠A＝120°…③
②③より、∠B＝(∠C)＝60°…④　　①④より、∠A＝∠B＝∠C＝60°
したがって、頂角∠A が 60°の二等辺三角形 ABC は、正三角形になる。

仮定と結論を入れかえた内容を、逆といいます。

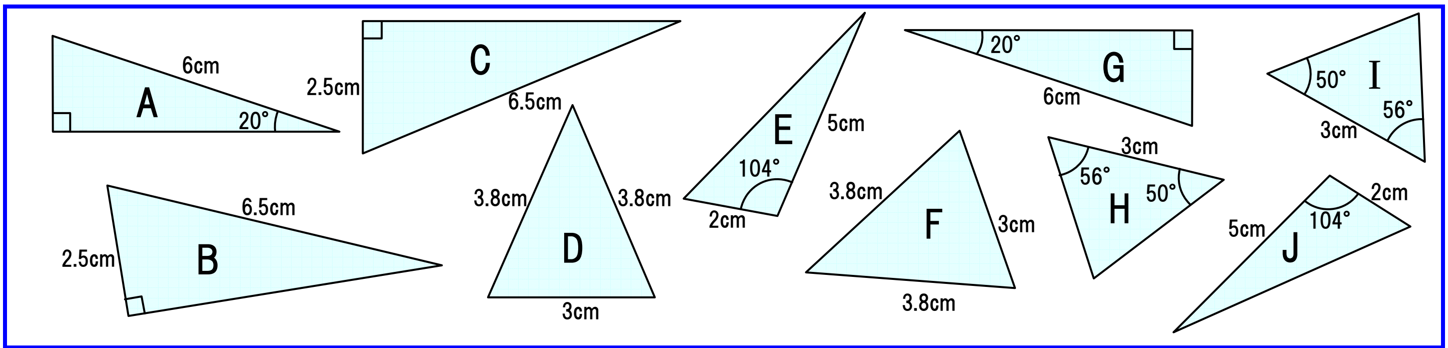
ことがらの逆を書き、逆の内容が正しければ○、正しくなければ×を書きましょう。(10 点×3 問＝30 点)

①	△ABC≡△DEF ならば、AB＝DE、BC＝EF、AC＝DF である。 逆 → AB＝DE、BC＝EF、AC＝DF ならば、△ABC≡△DEF である。		○
②	△ABC≡△DEF ならば、AB＝DE、BC＝EF、∠C＝∠F である。 逆 → AB＝DE、BC＝EF、∠C＝∠F ならば、△ABC≡△DEF である。		×
③	△ABC≡△DEF ならば、AB＝DE、∠A＝∠D、∠B＝∠E である。 逆 → AB＝DE、∠A＝∠D、∠B＝∠E ならば、△ABC≡△DEF である。		○

46　証明(2)	章 12	制限時間 30 分	合格点 80 点	点

1 つの角が 90°の三角形を直角三角形といい、合同条件は 2 つあります。
① 斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい。
② 斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい。

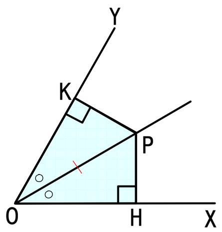
下の図の三角形を、合同な組に分け、その合同条件を答えましょう。(8 点×5 問＝40 点)



①	合同な三角形	D と F	合同条件	3 組の辺がそれぞれ等しい。
②	合同な三角形	E と J	合同条件	2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
③	合同な三角形	H と I	合同条件	1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。
④	合同な三角形	A と G	合同条件	直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい。
⑤	合同な三角形	B と C	合同条件	直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい。

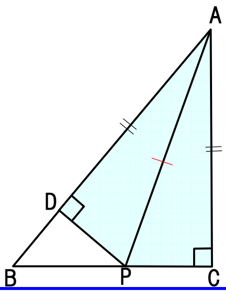
次のことを証明するのに、(　　)に適する語や記号を書きましょう。(15 点×4 問＝60 点)

①



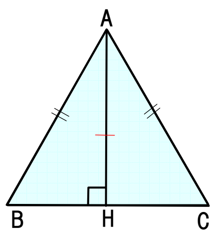
∠XOY の二等分線上の点 P から垂線 PH、PK をひくとき、PH＝PK になる。
△PHO と△PKO で、PH⊥OX、PK⊥(OY)なので、∠PHO＝∠(PKO)＝90°…①
∠XOY の二等分線なので、∠(POH)＝∠(POK)…②
(共通な辺)なので、PO＝PO…③
①②③より、直角三角形の斜辺と(1 つの鋭角)がそれぞれ等しいので△PHO≡△PKO
合同な三角形の対応する辺は等しいので、PH＝(PK)になる。

②



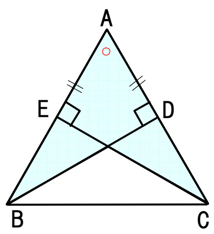
∠C＝90°の直角三角形 ABC で、AC＝AD になる点 D をとる。
D を通る AB の垂線をひき、BC との交点を P とするとき、△PAC≡△PAD になる。
△PAC と△PAD で、∠PCA＝∠(PDA)＝90°…①
(AC)＝(AD)…②
(共通な辺)なので、AP＝AP…③
①②③より、直角三角形の斜辺と(他の 1 辺)がそれぞれ等しいので△PAC≡△PAD

③



二等辺三角形 ABC で、頂角から底辺に垂線 AH をひくとき、∠BAH＝∠CAH になる。
△ABH と△ACH で、∠AHB＝∠(AHC)＝90°…①
△ABC は二等辺三角形なので、(AB)＝(AC)…②
(共通な辺)なので、AH＝AH…③
①②③より、直角三角形の斜辺と(他の 1 辺)がそれぞれ等しいので△ABH≡△ACH
合同な三角形の対応する角は等しいので、∠BAH＝∠(CAH)になる。

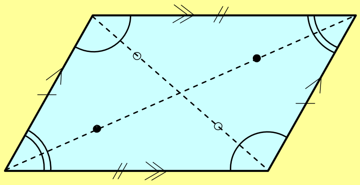
④



二等辺三角形 ABC で、B から AC、C から AB に垂線をひくとき、BD＝CE になる。
△ABD と△ACE で、BD⊥(AC)、CE⊥(AB)なので、∠ADB＝∠(AEC)＝90°…①
△ABC は二等辺三角形なので、(AB)＝(AC)…②
(共通な角)なので、∠BAD＝∠(CAE)…③
①②③より、直角三角形の斜辺と(1 つの鋭角)がそれぞれ等しいので△ABD≡△ACE
合同な三角形の対応する辺は等しいので、BD＝(CE)になる。

47　証明(3)	章	制限時間	合格点	
	12	30 分	80 点	点

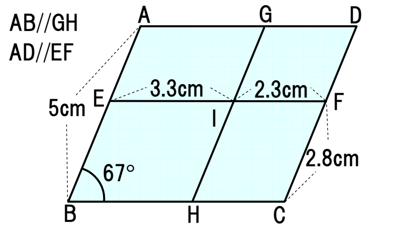
平行四辺形になる条件は 5 つあります。



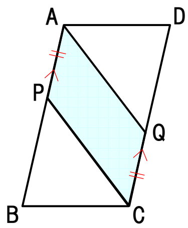
① 2 組の向かいあう辺がそれぞれ平行である。
② 2 組の向かいあう辺がそれぞれ等しい。
③ 2 組の向かいあう角がそれぞれ等しい。
④ 対角線がそれぞれの中点で交わる。
⑤ 1 組の向かいあう辺が等しく平行である。

▱ABCD について、次の問いに答えましょう。(5 点×5 問＝25 点)

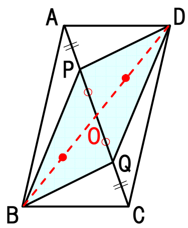
①	DF は何 cm ですか。	2.2cm
②	AD は何 cm ですか。	5.6cm
③	BH は何 cm ですか。	3.3cm
④	∠GIF は何度ですか。	67°
⑤	∠HIF は何度ですか。	113°



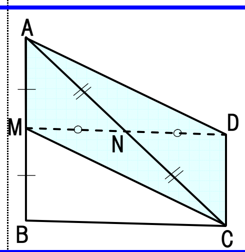
次の四角形が平行四辺形になることを証明しましょう。(15 点×3 問＝45 点)

①


▱ABCD で、AB、DC 上に、AP＝CQ となる点 P、Q をとるときの四角形 APCQ。
AP＝CQ…①
四角形 ABCD は平行四辺形なので、AP//CQ…②
①②より、1 組の向かいあう辺が等しく平行なので、四角形 APCQ は平行四辺形。

②


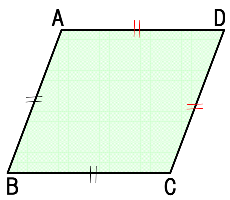
▱ABCD で、対角線 AC 上に、AP＝CQ となる点 P、Q をとるときの四角形 BQDP。
AP＝CQ…①
平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とすると、AO＝CO…②　BO＝DO…③
①②より、PO＝QO…④
③④より、対角線がそれぞれの中点で交わるので、四角形 BQDP は平行四辺形。

③


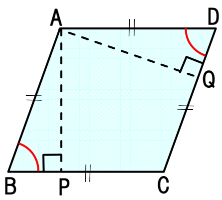
△ABC の中点 M、N の延長線上に MN＝ND となる点 D をとるときの四角形 AMCD。
MN＝DN…①
中点なので、AN＝CN…②
①②より、対角線がそれぞれの中点で交わるので、四角形 AMCD は平行四辺形。

ひし形は、4 つの辺が等しい四角形で、対角線が垂直に交わります。

次のことを証明しましょう。(15 点×2 問＝30 点)

①


▱ABCD で、AB＝BC のとき、四角形 ABCD はひし形である。
AB＝BC…①
四角形 ABCD は平行四辺形なので、AB＝DC…②　BC＝AD…③
①②③より、AB＝BC＝DC＝AD
よって、4 つの辺が等しいので、四角形 ABCD はひし形である。

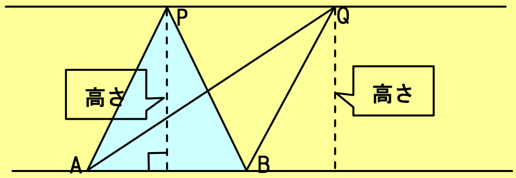
②


ひし形 ABCD で、頂点 A から、BC、CD にひいた垂線 AP、AQ の長さは等しい。
四角形 ABCD はひし形なので、AB＝AD…①　∠ABP＝∠ADQ…②
垂線なので、∠APB＝∠AQD＝90°…③
①②③より、直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので、△ABP≡△ADQ
合同な図形の対応する辺は等しいので、AP＝AQ である。

48　証明(4)

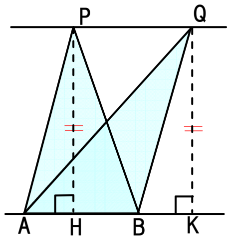
	章	制限時間	合格点	
	12	30 分	80 点	点

三角形の底辺と高さが等しければ、面積は等しくなります。
右の図で、底辺を AB とします。
PQ//AB ならば、△PAB＝△QAB
その逆で、△PAB＝△QAB ならば、PQ//AB



次のことを証明しましょう。(20 点×2 問＝40 点)

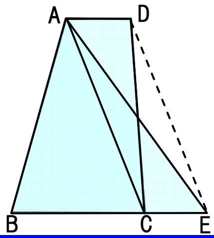
①



PQ//AB で、P、Q から AB に垂線 PH、QK をひくとき、△APB＝△AQB である。

PQ//HK、∠PHA＝∠QKB＝90°だから、PH//QK
四角形 PHKQ は長方形なので、PH＝QK
△APB と△AQB は、底辺が AB で共通、高さが PH と QK で等しい。
よって、2 つの三角形の面積は等しいので、△APB＝△AQB である。

②



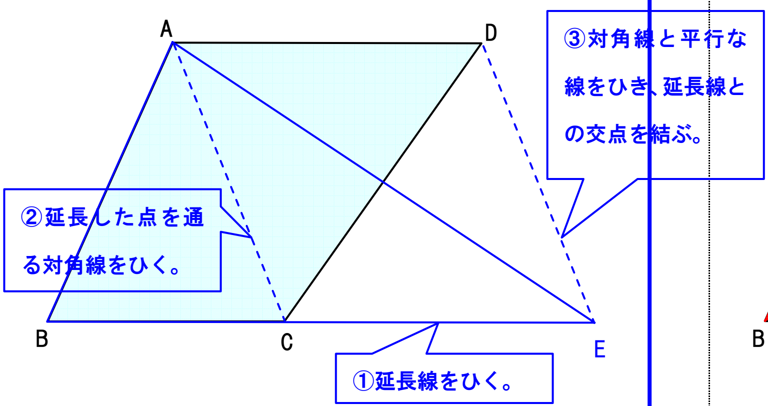
四角形 ABCD＝△ABE ならば、　AC//DE である。

四角形 ABCD＝△ABC＋△ACD…①
△ABE＝△ABC＋△ACE…②
①②より、△ACD＝△ACE
よって、底辺が AC で共通で、面積が等しいので、AC//DE である。

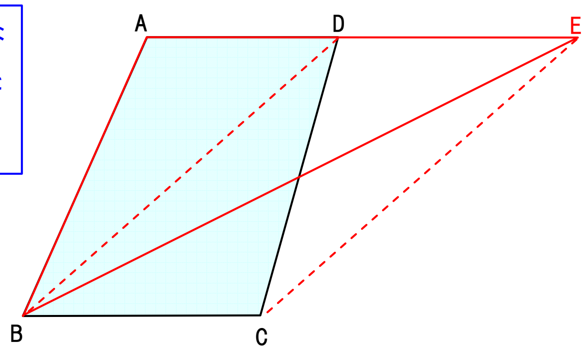
面積が等しい図形は、底辺に平行な線をひいて、高さが等しい図形を作図します。

次の図形を作図しましょう。(20 点×3 問＝60 点)

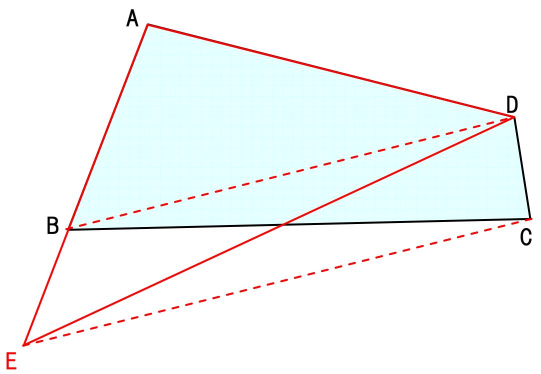
例　四角形 ABCD の辺 BC の延長上に点 E をとり、
四角形 ABCD と面積の等しい△ABE を作図。



①　四角形 ABCD の辺 AD の延長上に点 E をとり、
四角形 ABCD と面積の等しい△ABE を作図。



②　四角形 ABCD の辺 AB の延長上に点 E をとり、
四角形 ABCD と面積の等しい△AED を作図。



③　四角形 ABCD の辺 DC の延長上に点 E をとり、
四角形 ABCD と面積の等しい△AED を作図。