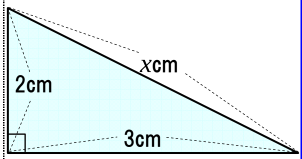
61　三平方の定理(1)	章	制限時間	合格点	
	7	30 分	80 点	点

直角三角形の直角をはさむ 2 辺を a、b、斜辺を c とすると、$c^2=a^2+b^2$ になります。
これを三平方(さんへいほう)の定理といいます。
根号の中は、出来るだけ小さい自然数で表します。

x の長さを求めましょう。(5 点×20 問=100 点)

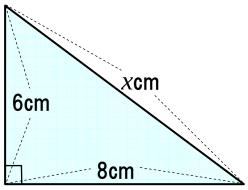
例



$x^2=2^2+3^2=13$

$x=\sqrt{13}$(cm)

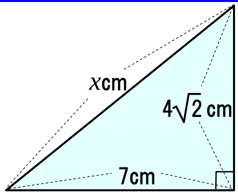
例



$x^2=6^2+8^2=100$

$x=\sqrt{100}=10$(cm)

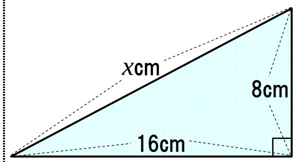
例



$x^2=(4\sqrt{2})^2+7^2=81$

$x=\sqrt{81}=9$(cm)

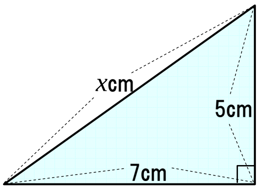
例



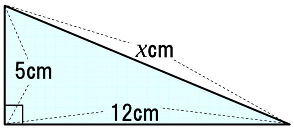
$x^2=8^2+16^2=320$

$x=\sqrt{320}=8\sqrt{5}$(cm)

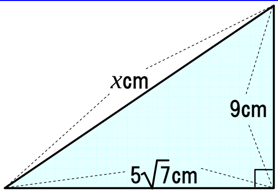
①



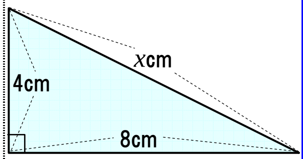
②



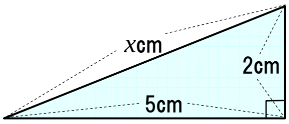
③



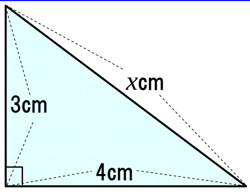
④



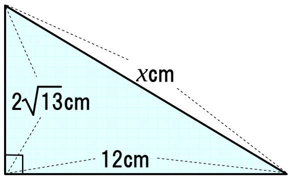
⑤



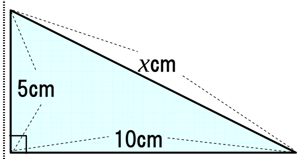
⑥



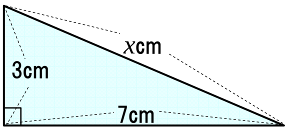
⑦



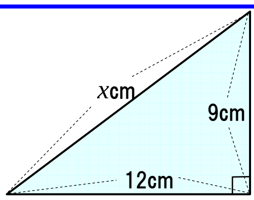
⑧



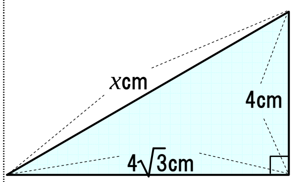
⑨



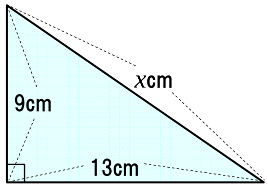
⑩



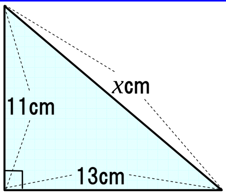
⑪



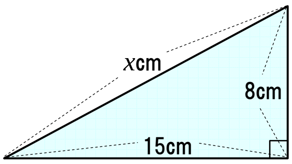
⑫



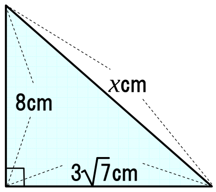
⑬



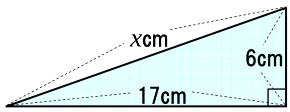
⑭



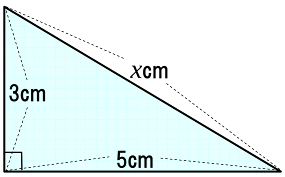
⑮



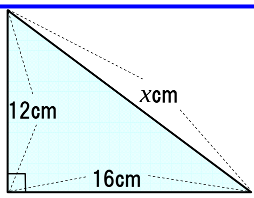
⑯



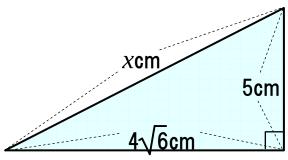
⑰



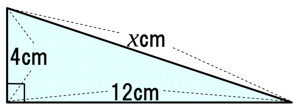
⑱



⑲



⑳

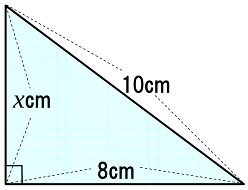


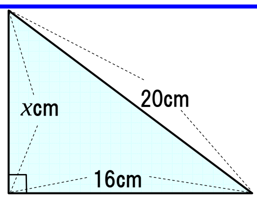
62　三平方の定理(2)

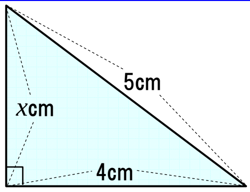
章	制限時間	合格点	
7	30分	80点	点

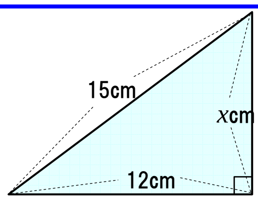
直角三角形の斜辺以外の長さも、$a^2=c^2-b^2$ のように求めることが出来ます。

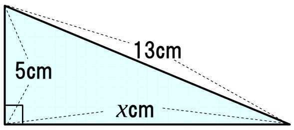
x の長さを求めましょう。(4点×12問＝48点)

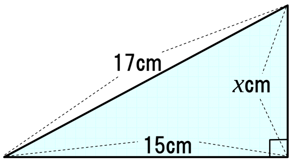
①


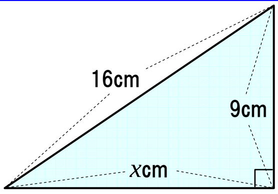
②


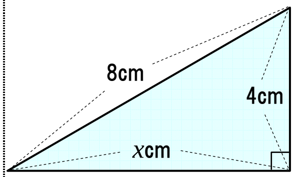
③


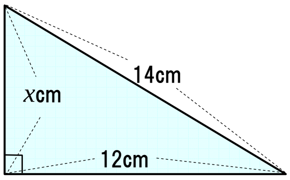
④


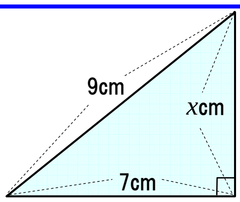
⑤


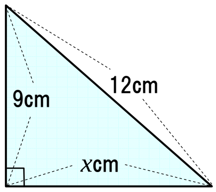
⑥


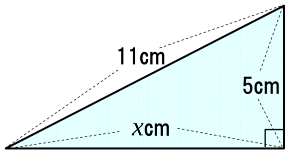
⑦


⑧


⑨


⑩


⑪


⑫


三平方の定理の逆で、$c^2=a^2+b^2$ ならば∠C＝90°といえます。
1番長い辺の2乗とその他の2辺の2乗の和が等しければ、直角三角形です。

3辺が次の長さの三角形が、直角三角形なら○、異なるなら×をかきましょう。(4点×11問＝44点)

例	5cm、12cm、13cm $13^2=169$ $5^2+12^2=169$　○	①	3cm、4cm、5cm	②	9cm、15cm、17cm
③	5cm、11cm、12cm	④	6cm、8cm、10cm	⑤	13cm、15cm、20cm
⑥	0.9cm、1.2cm、1.5cm	⑦	1.2cm、1.6cm、2cm	⑧	0.8cm、1.4cm、1.7cm
⑨	$\sqrt{3}$cm、$\sqrt{4}$cm、$\sqrt{7}$cm	⑩	$\sqrt{13}$cm、$\sqrt{17}$cm、$4\sqrt{2}$cm	⑪	$2\sqrt{3}$cm、$\sqrt{15}$cm、$3\sqrt{3}$cm

三平方の定理について、(　　)に合う記号を書きましょう。(4点×2問＝8点)

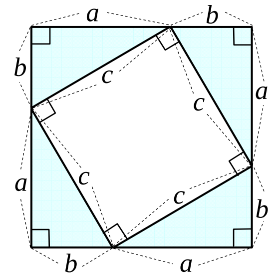
例	直角三角形の直角をはさむ2辺を a、b、斜辺を c とすると、c^2＝(a^2)＋(b^2)になります。
①	直角三角形の直角をはさむ2辺を a、b、斜辺を c とすると、a^2＝(　　)－(　　)になります。
②	三角形の一番長い辺の2乗と、その他の2辺の2乗の和が等しいとき、その三角形は(　　　)三角形です。

63　三平方の定理(3)	章	制限時間	合格点	
	7	30 分	80 点	点

正方形の面積や三角形の相似を利用すると、三平方の定理が成り立つことを証明出来ます。
正方形の面積を利用する場合、1 辺が c の正方形の面積が a^2+b^2 になることを証明します。
三角形の相似を利用する場合、辺の相似比を計算して、$c^2=a^2+b^2$ が成り立つことを証明します。

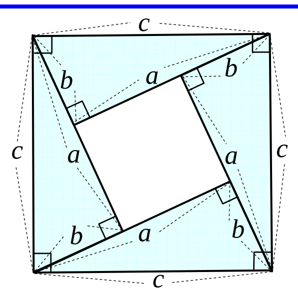
次の計算から、$c^2=a^2+b^2$ が成り立つことを証明しましょう。(20 点×5 問＝100 点)

例



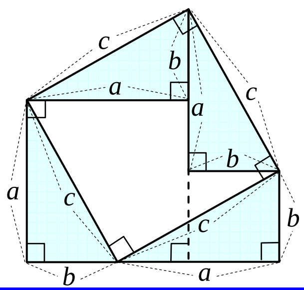
1 辺が c の正方形の面積＝外側の正方形の面積－4 つの直角三角形の面積
1 辺が c の正方形の面積は、c^2 …①
外側の正方形の面積は、$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ …②
4 つの直角三角形の面積は、$(a\times b\div 2)\times 4=2ab$ …③
内側の正方形の面積を②－③で表すと、a^2+b^2 …④
①＝④なので、$c^2=a^2+b^2$ が成り立つ。

①



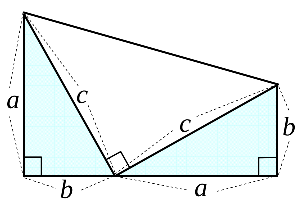
1 辺が c の正方形の面積＝内側の正方形の面積＋4 つの直角三角形の面積

②



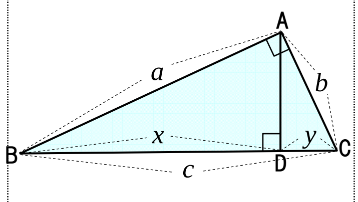
1 辺が c の正方形の面積＝全体の面積－2 つの直角三角形の面積

③



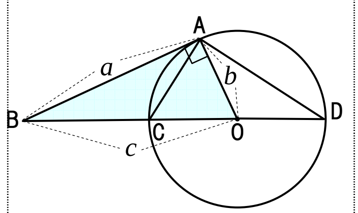
1 辺が c の正方形の面積＝(台形の面積－2 つの直角三角形の面積)×2

④　△ABC∽△DBA∽△DAC



BC：BA＝AB：DB と BC：AC＝AC：DC を計算し、両辺をそれぞれ足す。

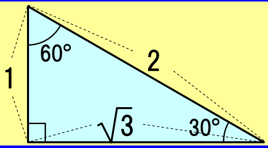
⑤　△ABC∽△DBA

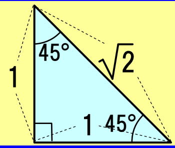


AB：DB＝BC：BA を計算する。

# 64　三平方の定理(4)	章 7	制限時間 30 分	合格点 80 点	点

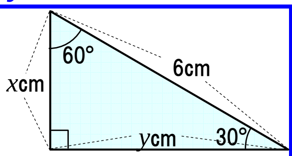
三角定規と同じ形の直角三角形は、3 辺の長さの比が決まっています。
角が 30°、60°、90°の直角三角形 → $1:2:\sqrt{3}$
角が 45°、45°、90°の直角三角形 → $1:1:\sqrt{2}$





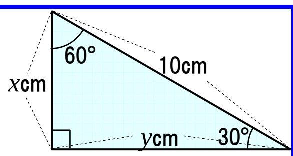
x と y の長さを求めましょう。(6 点×10 問=60 点)

例

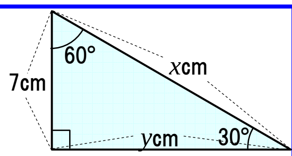


$x:6=1:2$
$x=3$(cm)
$y:6=\sqrt{3}:2$
$y=3\sqrt{3}$(cm)

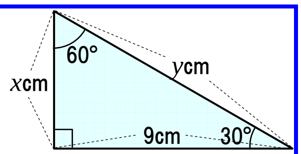
①



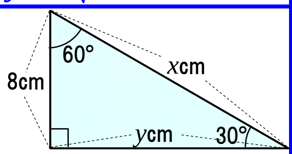
②



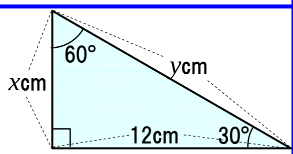
③



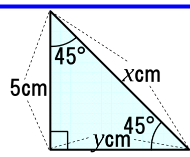
④



⑤

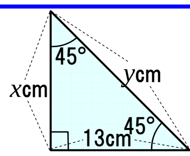


例

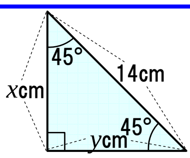


$x:5=\sqrt{2}:1$
$x=5\sqrt{2}$(cm)
$y:5=1:1$
$y=5$(cm)

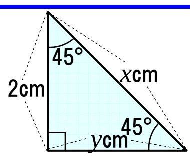
⑥



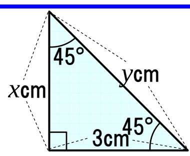
⑦



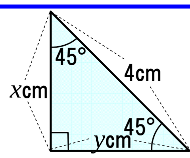
⑧



⑨



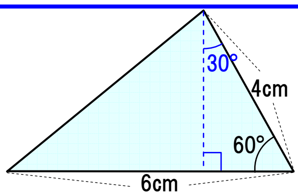
⑩



1 つの角が 30°か 45°か 60°なら、垂線をひいて、三角定規と同じ直角三角形に出来ます。

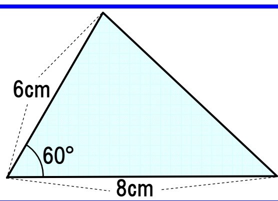
高さを h、面積を S として、次の三角形の h と S を求めましょう。(8 点×5 問=40 点)

例

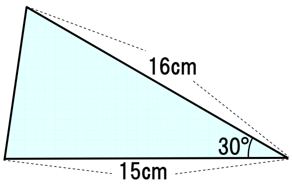


$h:4=\sqrt{3}:2$
$h=2\sqrt{3}$(cm)
$S=6\times2\sqrt{3}\div2$
$S=6\sqrt{3}$(cm^2)

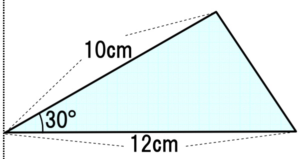
①



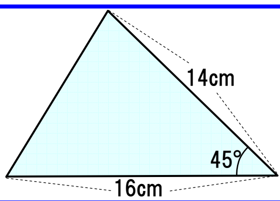
②



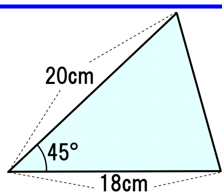
③



④



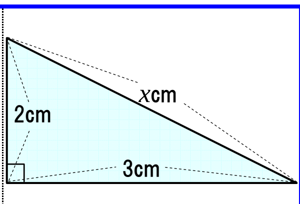
⑤



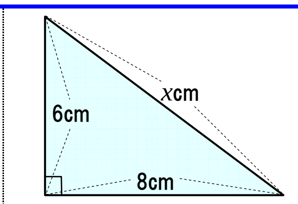
61　三平方の定理(1)	章 7	制限時間 30 分	合格点 80 点	点

直角三角形の直角をはさむ 2 辺を a、b、斜辺を c とすると、$c^2=a^2+b^2$ になります。
これを三平方(さんへいほう)の定理といいます。
根号の中は、出来るだけ小さい自然数で表します。

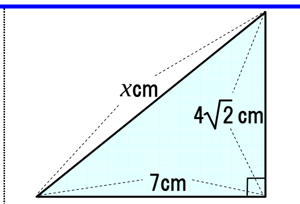
x の長さを求めましょう。(5 点×20 問＝100 点)

例


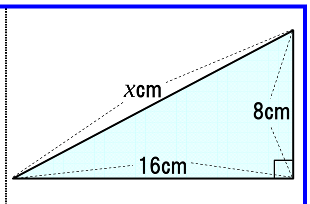
$x^2=2^2+3^2=13$
$x=\sqrt{13}$(cm)

例


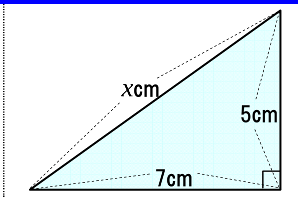
$x^2=6^2+8^2=100$
$x=\sqrt{100}=10$(cm)

例


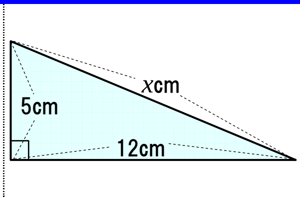
$x^2=(4\sqrt{2})^2+7^2=81$
$x=\sqrt{81}=9$(cm)

例


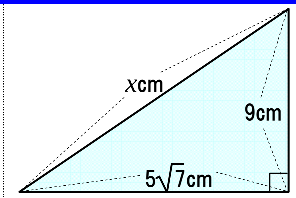
$x^2=8^2+16^2=320$
$x=\sqrt{320}=8\sqrt{5}$(cm)

①


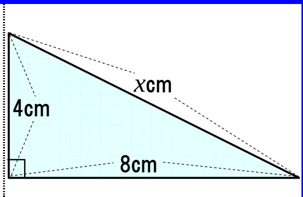
$x^2=5^2+7^2=74$
$x=\sqrt{74}$(cm)

②


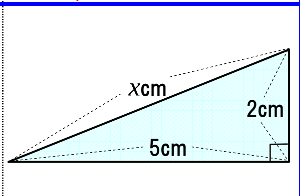
$x^2=5^2+12^2=169$
$x=\sqrt{169}=13$(cm)

③


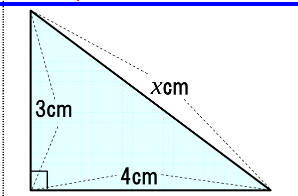
$x^2=9^2+(5\sqrt{7})^2=256$
$x=\sqrt{256}=16$(cm)

④


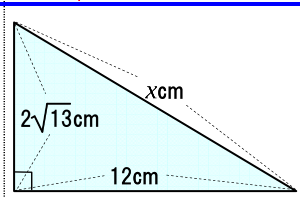
$x^2=4^2+8^2=80$
$x=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm)

⑤


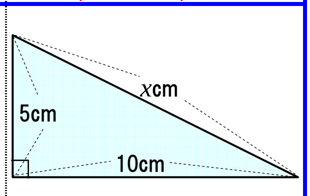
$x^2=2^2+5^2=29$
$x=\sqrt{29}$(cm)

⑥


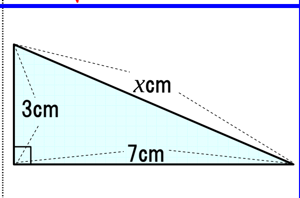
$x^2=3^2+4^2=25$
$x=\sqrt{25}=5$(cm)

⑦


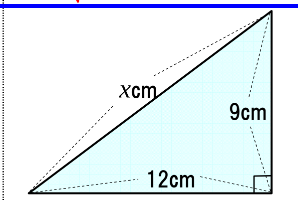
$x^2=(2\sqrt{13})^2+12^2=196$
$x=\sqrt{196}=14$(cm)

⑧


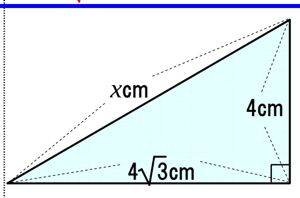
$x^2=5^2+10^2=125$
$x=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$(cm)

⑨


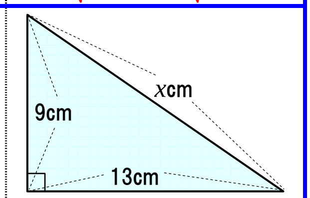
$x^2=3^2+7^2=58$
$x=\sqrt{58}$(cm)

⑩


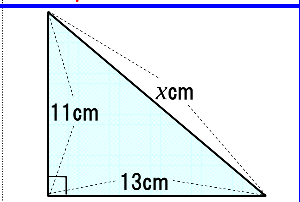
$x^2=9^2+12^2=225$
$x=\sqrt{225}=15$(cm)

⑪


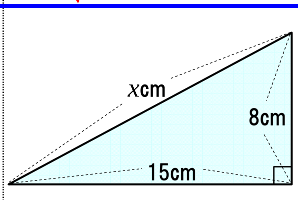
$x^2=4^2+(4\sqrt{3})^2=64$
$x=\sqrt{64}=8$(cm)

⑫


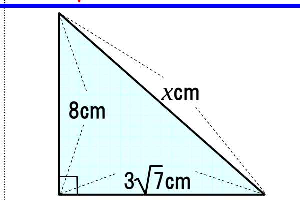
$x^2=9^2+13^2=250$
$x=\sqrt{250}=5\sqrt{10}$(cm)

⑬


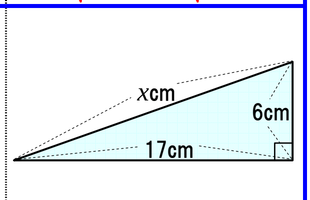
$x^2=11^2+13^2=290$
$x=\sqrt{290}$(cm)

⑭


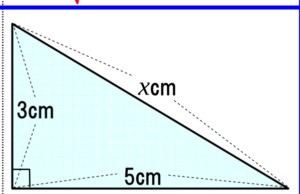
$x^2=8^2+15^2=289$
$x=\sqrt{289}=17$(cm)

⑮


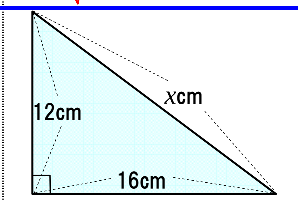
$x^2=9^2+(3\sqrt{7})^2=144$
$x=\sqrt{144}=12$(cm)

⑯


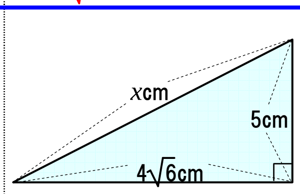
$x^2=6^2+17^2=325$
$x=\sqrt{325}=5\sqrt{13}$(cm)

⑰


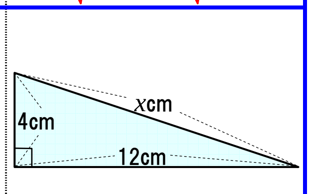
$x^2=3^2+5^2=34$
$x=\sqrt{34}$(cm)

⑱


$x^2=12^2+16^2=400$
$x=\sqrt{400}=20$(cm)

⑲


$x^2=5^2+(4\sqrt{6})^2=121$
$x=\sqrt{121}=11$(cm)

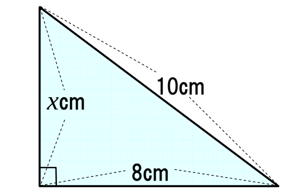
⑳


$x^2=4^2+12^2=160$
$x=\sqrt{160}=4\sqrt{10}$(cm)

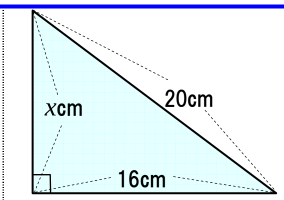
62　三平方の定理(2)	章 7	制限時間 30 分	合格点 80 点	点

直角三角形の斜辺以外の長さも、$a^2=c^2-b^2$ のように求めることが出来ます。

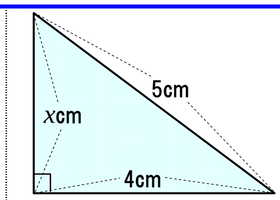
x の長さを求めましょう。(4 点×12 問＝48 点)

①


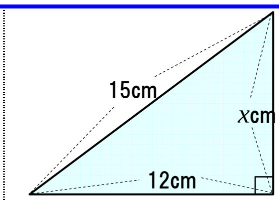
$x^2=10^2-8^2=36$
$x=\sqrt{36}=6$(cm)

②


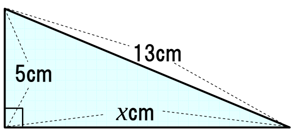
$x^2=20^2-16^2=144$
$x=\sqrt{144}=12$(cm)

③


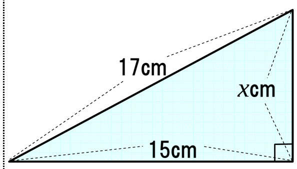
$x^2=5^2-4^2=9$
$x=\sqrt{9}=3$(cm)

④


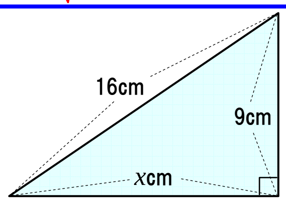
$x^2=15^2-12^2=81$
$x=\sqrt{81}=9$(cm)

⑤


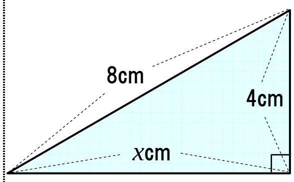
$x^2=13^2-5^2=144$
$x=\sqrt{144}=12$(cm)

⑥


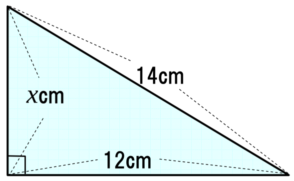
$x^2=17^2-15^2=64$
$x=\sqrt{64}=8$(cm)

⑦


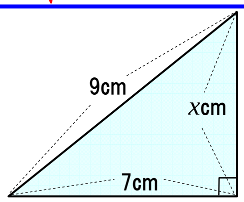
$x^2=16^2-9^2=175$
$x=\sqrt{175}=5\sqrt{7}$(cm)

⑧


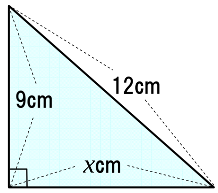
$x^2=8^2-4^2=48$
$x=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$(cm)

⑨


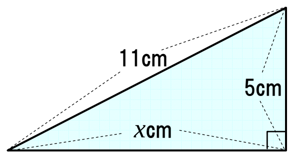
$x^2=14^2-12^2=52$
$x=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$(cm)

⑩


$x^2=9^2-7^2=32$
$x=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$(cm)

⑪


$x^2=12^2-9^2=63$
$x=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$(cm)

⑫


$x^2=11^2-5^2=96$
$x=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$(cm)

三平方の定理の逆で、$c^2=a^2+b^2$ ならば∠C＝90°といえます。
1 番長い辺の 2 乗とその他の 2 辺の 2 乗の和が等しければ、直角三角形です。

3 辺が次の長さの三角形が、直角三角形なら〇、異なるなら×をかきましょう。(4 点×11 問＝44 点)

例	5cm、12cm、13cm $13^2=169$ $5^2+12^2=169$　〇	①	3cm、4cm、5cm $5^2=25$ $3^2+4^2=25$　〇	②	9cm、15cm、17cm $17^2=289$ $9^2+15^2=306$　×
③	5cm、11cm、12cm $12^2=144$ $5^2+11^2=146$　×	④	6cm、8cm、10cm $10^2=100$ $6^2+8^2=100$　〇	⑤	13cm、15cm、20cm $20^2=400$ $13^2+15^2=394$　×
⑥	0.9cm、1.2cm、1.5cm $1.5^2=2.25$ $0.9^2+1.2^2=2.25$　〇	⑦	1.2cm、1.6cm、2cm $2^2=4$ $1.2^2+1.6^2=4$　〇	⑧	0.8cm、1.4cm、1.7cm $1.7^2=2.89$ $0.8^2+1.4^2=2.6$　×
⑨	$\sqrt{3}$cm、$\sqrt{4}$cm、$\sqrt{7}$cm $\sqrt{7}^2=7$ $\sqrt{3}^2+\sqrt{4}^2=7$　〇	⑩	$\sqrt{13}$cm、$\sqrt{17}$cm、$4\sqrt{2}$cm $(4\sqrt{2})^2=32$ $\sqrt{13}^2+\sqrt{17}^2=30$　×	⑪	$2\sqrt{3}$cm、$\sqrt{15}$cm、$3\sqrt{3}$cm $(3\sqrt{3})^2=27$ $(2\sqrt{3})^2+\sqrt{15}^2=27$　〇

三平方の定理について、(　　)に合う記号を書きましょう。(4 点×2 問＝8 点)

例	直角三角形の直角をはさむ 2 辺を a、b、斜辺を c とすると、c^2＝(a^2)＋(b^2)になります。
①	直角三角形の直角をはさむ 2 辺を a、b、斜辺を c とすると、a^2＝(c^2)－(b^2)になります。
②	三角形の一番長い辺の 2 乗と、その他の 2 辺の 2 乗の和が等しいとき、その三角形は(直角)三角形です。

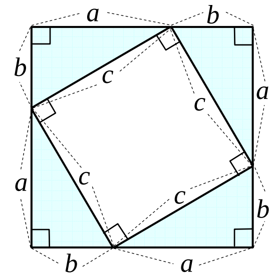
63　三平方の定理(3)

章	制限時間	合格点	
7	30 分	80 点	点

正方形の面積や三角形の相似を利用すると、三平方の定理が成り立つことを証明出来ます。
正方形の面積を利用する場合、1 辺が c の正方形の面積が a^2+b^2 になることを証明します。
三角形の相似を利用する場合、辺の相似比を計算して、$c^2=a^2+b^2$ が成り立つことを証明します。

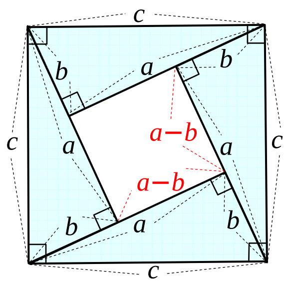
次の計算から、$c^2=a^2+b^2$ が成り立つことを証明しましょう。(20 点×5 問＝100 点)

例



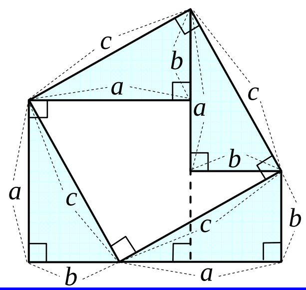
1 辺が c の正方形の面積＝外側の正方形の面積－4 つの直角三角形の面積
1 辺が c の正方形の面積は、c^2 …①
外側の正方形の面積は、$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ …②
4 つの直角三角形の面積は、$(a\times b\div 2)\times 4=2ab$ …③
内側の正方形の面積を②－③で表すと、a^2+b^2 …④
①＝④なので、$c^2=a^2+b^2$ が成り立つ。

①



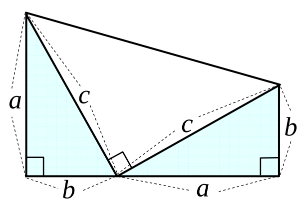
1 辺が c の正方形の面積＝内側の正方形の面積＋4 つの直角三角形の面積
1 辺が c の正方形の面積は、c^2 …①
内側の正方形の面積は、$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ …②
4 つの直角三角形の面積は、$(a\times b\div 2)\times 4=2ab$ …③
外側の正方形の面積を②＋③で表すと、a^2+b^2 …④
①＝④なので、$c^2=a^2+b^2$ が成り立つ。

②



1 辺が c の正方形の面積＝全体の面積－2 つの直角三角形の面積
1 辺が c の正方形の面積は、c^2 …①
全体の面積は、1 辺が a の正方形の面積＋1 辺が b の正方形の面積＋2 つの直角三角形の面積なので、a^2+b^2+ab …②
①を、全体の面積－2 つの直角三角形の面積で表すと、a^2+b^2 …③
①＝③なので、$c^2=a^2+b^2$ が成り立つ。

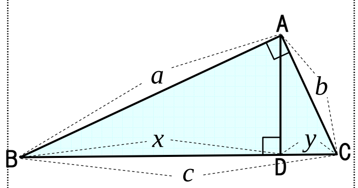
③



1 辺が c の正方形の面積＝(台形の面積－2 つの直角三角形の面積)×2
1 辺が c の正方形の面積は、c^2 …①
台形の面積は、$\{(a+b)\times(a+b)\}\div 2=(a^2+2ab+b^2)\div 2$ …②
①を、(台形の面積－2 つの直角三角形の面積)×2 で表すと、
$\{(a^2+2ab+b^2)\div 2-ab\}\times 2=a^2+b^2$ …③
③＝①なので、$c^2=a^2+b^2$ が成り立つ。

④

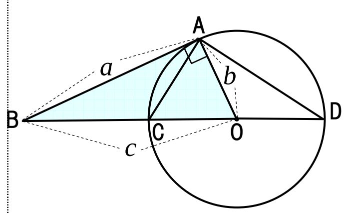
△ABC∽△DBA∽△DAC



BC：BA＝AB：DB と BC：AC＝AC：DC を計算し、両辺をそれぞれ足す。
△ABC∽△DBA で、BC：BA＝AB：DB、$c:a=a:x$、$cx=a^2$ …①
△ABC∽△DAC で、BC：AC＝AC：DC、$c:b=b:y$、$cy=b^2$ …②
①と②の両辺をそれぞれ足すと、$c(x+y)=a^2+b^2$ …③
$x+y=c$ なので、③より、$c^2=a^2+b^2$ が成り立つ。

⑤

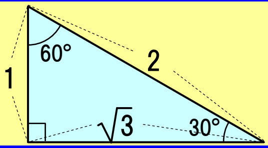
△ABC∽△DBA

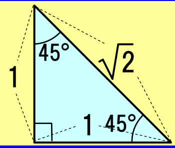


AB：DB＝BC：BA を計算する。
円の半径なので、OA＝OC＝OD＝b …①
①より、BD＝$c+b$、BC＝$c-b$
△ABC∽△DBA で、AB：DB＝BC：BA、$a:c+b=c-b:a$ …②
②を計算すると、$a^2=c^2-b^2$ …③
③を移項すると、$c^2=a^2+b^2$ が成り立つ。

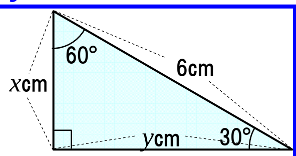
64　三平方の定理(4)	章	制限時間	合格点	
	7	30 分	80 点	点

三角定規と同じ形の直角三角形は、3 辺の長さの比が決まっています。
角が 30°、60°、90°の直角三角形 → $1:2:\sqrt{3}$
角が 45°、45°、90°の直角三角形 → $1:1:\sqrt{2}$

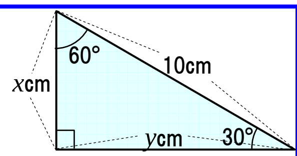




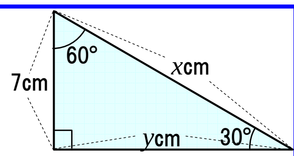
x と y の長さを求めましょう。(6 点×10 問=60 点)

例


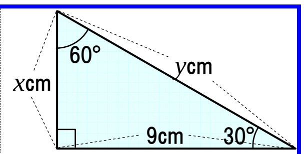
$x:6=1:2$
$x=3$(cm)
$y:6=\sqrt{3}:2$
$y=3\sqrt{3}$(cm)

①


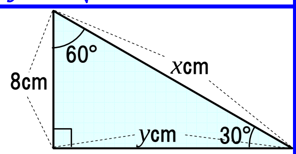
$x:10=1:2$
$x=5$(cm)
$y:10=\sqrt{3}:2$
$y=5\sqrt{3}$(cm)

②


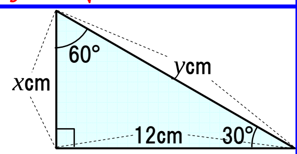
$x:7=2:1$
$x=14$(cm)
$y:7=\sqrt{3}:1$
$y=7\sqrt{3}$(cm)

③


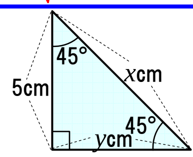
$x:9=1:\sqrt{3}$
$x=3\sqrt{3}$(cm)
$y:9=2:\sqrt{3}$
$y=6\sqrt{3}$(cm)

④


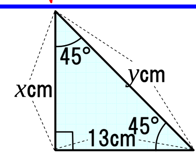
$x:8=2:1$
$x=16$(cm)
$y:8=\sqrt{3}:1$
$y=8\sqrt{3}$(cm)

⑤


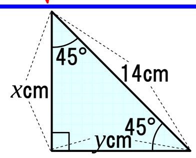
$x:12=1:\sqrt{3}$
$x=4\sqrt{3}$(cm)
$y:12=2:\sqrt{3}$
$y=8\sqrt{3}$(cm)

例


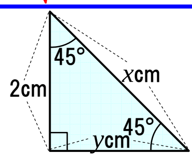
$x:5=\sqrt{2}:1$
$x=5\sqrt{2}$(cm)
$y:5=1:1$
$y=5$(cm)

⑥


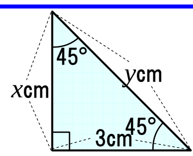
$x:13=1:1$
$x=13$(cm)
$y:13=\sqrt{2}:1$
$y=13\sqrt{2}$(cm)

⑦


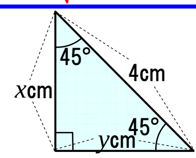
$x:14=1:\sqrt{2}$
$x=7\sqrt{2}$(cm)
$y:14=1:\sqrt{2}$
$y=7\sqrt{2}$(cm)

⑧


$x:2=\sqrt{2}:1$
$x=2\sqrt{2}$(cm)
$y:2=1:1$
$y=2$(cm)

⑨


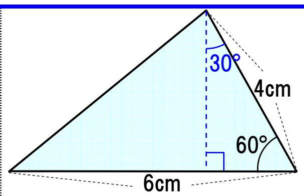
$x:3=1:1$
$x=3$(cm)
$y:3=\sqrt{2}:1$
$y=3\sqrt{2}$(cm)

⑩


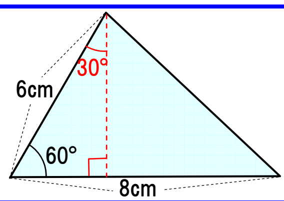
$x:4=1:\sqrt{2}$
$x=2\sqrt{2}$(cm)
$y:4=1:\sqrt{2}$
$y=2\sqrt{2}$(cm)

1 つの角が 30°か 45°か 60°なら、垂線をひいて、三角定規と同じ直角三角形に出来ます。

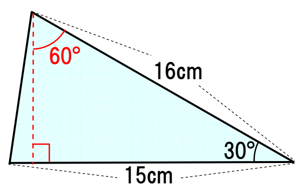
高さを h、面積を S として、次の三角形の h と S を求めましょう。(8 点×5 問=40 点)

例


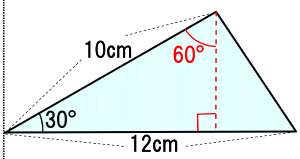
$h:4=\sqrt{3}:2$
$h=2\sqrt{3}$(cm)
$S=6\times2\sqrt{3}\div2$
$S=6\sqrt{3}$(cm²)

①


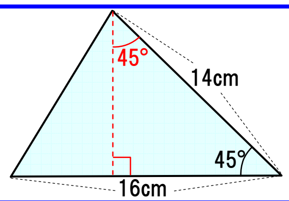
$h:6=\sqrt{3}:2$
$h=3\sqrt{3}$(cm)
$S=8\times3\sqrt{3}\div2$
$S=12\sqrt{3}$(cm²)

②


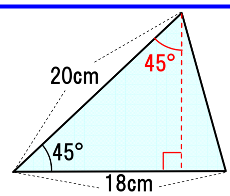
$h:16=1:2$
$h=8$(cm)
$S=15\times8\div2$
$S=60$(cm²)

③


$h:10=1:2$
$h=5$(cm)
$S=12\times5\div2$
$S=30$(cm²)

④


$h:14=1:\sqrt{2}$
$h=7\sqrt{2}$(cm)
$S=16\times7\sqrt{2}\div2$
$S=56\sqrt{2}$(cm²)

⑤


$h:20=1:\sqrt{2}$
$h=10\sqrt{2}$(cm)
$S=18\times10\sqrt{2}\div2$
$S=90\sqrt{2}$(cm²)